

## Sawyer - planleggingsverktøy for sagprosessen

*Sawyer - planning tool for the sawing process*

Saksbehandler: Håkon Toverød  
Oppdragsgiver: SSFF  
Kontaktperson: Knut Magnar Sandland  
Dato: September 2006

### Sammendrag

Denne rapporten beskriver Sawyer, et nytt planleggingsverktøy for sagprosessen utviklet av Treteknisk. Detaljer om hvordan programvaren brukes, er beskrevet i brukerveiledningen som følger programmet. I det følgende har vi bare tatt med det som trengs for å forstå hva Sawyer inneholder av verktøy (Kapittel 1).

Modellene som brukes i Sawyer blir her beskrevet i detalj. Kapittel 2 behandler beregningene som skal til for å beregne skurutfall fra en enkelt stokk når postningen er gitt. Her finnes formler som kan brukes for å bygge regneark eller annen programvare tilpasset spesielle behov. Dette tilsvarer innholdet i programvaren Skur-sim (Garnæs, 1982). I tillegg viser vi hvordan krok og ovalitet kan modelleres. Vi diskuterer hvorfor vi mener en modell som betrakter stokken som en rett, avkortet kjegle er tilstrekkelig for planleggingsformål.

Kapittel 3 behandler problemstillingen med å finne den eller de optimale postningene for en gitt stokk. Dette er en relativt regneintensiv operasjon, der det ikke er uvanlig at en må søke gjennom mange tusen postninger for å finne de mest optimale. Løsningsmetoden som er beskrevet, er imidlertid enkel å forstå. Vi diskuterer hvordan forskjellige skurprinsipper kan optimeres.

I kapittel 4 beskrives en enkel økonomisk modell som gjør det mulig å beregne dekningsbidrag per tømmerklasse og produkt. Disse verdiene settes sammen til et driftsregnskap for sagbruket.

Stikkord: Planleggingsverktøy, sagprosess  
Keywords: *Planning tool, sawing process*

## Summary

This report describes Sawyer, a new planning tool for the sawing process developed at NTI. Details on how the software is used, is described in the manual that comes with the computer program. In the following we have only described what is needed to understand what Sawyer entails of tools (Chapter 1).

The models that are used in Sawyer are here described in detail. Chapter 2 discusses the calculations that must be made to estimate sawing outcome from one single log when the sawing pattern is set. Here are equations that may be used to build spreadsheets or other software adapted to special needs. This corresponds to the software Skursim (Garnæs, 1982). In addition, we show how crook and ovality can be modelled. We discuss why we think a model that views the log as a straight, shortened cone is sufficient for planning purposes.

Chapter 3 discusses the problem with finding the optimal sawing pattern(s) for a given log. This is an operation that requires rather intensive calculation, and it is not unusual that one has to search through thousand sawing patterns to find the most optimal one(s). The solution method that is described, is however easy to understand. We discuss how different sawing principles may be optimised.

Chapter 4 describes a simple financial model that makes it possible to estimate the gross margin per timber class and product. These values are gathered in an internal account for the sawmill.

## Forord

SSFF-prosjektet "Norsk tømmer som råstoff – Verdiskapning og industrielle muligheter" er initiert av *Skogbrukets og skogindustriens forskningsforening (SSFF)* som et kompetanseprosjekt med brukermedvirkning. Prosjektet er finansiert av *Norges Forskningsråd, Skogtiltaksfondet* og *Fondet for treteknisk forskning*. Videre bidrar mange aktører innenfor skogbruk og skogbasert næring med en betydelig egeninnsats. Videreutviklingen av Sawyer, som behandles i denne rapporten, tilhører aktiviteten Aptering og skurteknikk. Delprosjektleder er Audun Øvrum ved Treteknisk.

### 80-tallet

Bakgrunnen for Sawyer er skursimuleringsprogrammet Skursim, som ble utviklet av Andreas Garnæs (1982). Han var en av pionerene når trelastbrukene tok i bruk elektronisk databehandling.

### 90-tallet

Skursim ble mye brukt i forbindelse med planlegging av nye sagbruk fram til midten av 90-tallet, inntil regnearket Excel ble utstyrt med makropråket Visual Basic for Applications (VBA). Da ble det mulig å integrere alle Skursims beregninger som funksjoner i regneark. En modell som automatisk genererte postninger for hver tømmerklasse ble utviklet og brukt.

### 2000-

I 2002 ble Sawyer utviklet fra Skursim og regnearkmodellen i prosjektet Kundeorienterte Tømmerleveranser (KUL), som ble gjennomført av Viken Skog og Skogforsk sammen med Haslestad Bruk AS. Sawyer ble utviklet som et selvstendig programverktøy, som sammen med OptApt fra Skogforsk kunne brukes for å analysere kundespesifiserte pristabeller. Per Lindseth ved Haslestad Bruk og Erlend Nybakk ved Skogforsk bidro med viktige innspill under utviklingen av programmet.

Sawyer er videreutviklet gjennom SSFF-prosjektet. Hovedfokus har vært å styrke programvarens planleggingsegenskaper. Hans Jørgen Sundby og Rune Frogner ved Moelven Våler har vært gode diskusjonspartnere, som har gitt mange nyttige innspill til prosjektet, som i store trekk er implementert i programvaren. Blant annet ble varebeskrivelsen vesentlig utvidet, blant annet med variable kantkrav og differensierte priser for side- og sentrumsuttak. I tillegg ble det utviklet en metodikk for å tilpasse skuruttaket til varebehovet.

Mye av stoffet som presenteres er brukt i forbindelse med undervisning på Universitetet for Miljø- og Biovitenskap (UMB), men for øvrig er det upublisert materiale.



## Innhold

Sammendrag.....	3
Summary .....	4
Forord .....	5
1. Innledning.....	8
1.1 Oversikt over Sawyer .....	8
2. Modell for oppdeling av en stokk .....	14
2.1 Hva er en modell? .....	14
2.2 Teknisk og økonomisk skurutbytte.....	15
2.3 Tømmermodell.....	16
2.4 Modell for trelast.....	22
2.4.1 Råmål.....	22
2.4.2 Kantkrav.....	23
2.5 Beregning av teknisk skurutbytte.....	25
2.5.1 Volumberegning .....	28
2.5.2 Teknisk og økonomisk skurutbytte.....	29
3. Optimering av postninger .....	31
3.1 Maksimalt senteruttak.....	31
3.2 Optimering av hon.....	33
3.3 Optimering av normale postningsmønstre.....	35
3.4 Postningsoptimering i Sawyer .....	36
4. Markedsoptimering.....	38
4.1 Sawyers markedsoptimering .....	39
4.2 Optimering med lineærprogrammering .....	41
4.3 Sammenligning av optimeringsmetoder.....	42
5. Økonomisk modellering.....	45
5.1 Kostnadsbærer.....	45
5.2 Kapasitet for sag og sorteringsanlegg.....	45
5.3 Tørkekapasitet .....	46
5.4 Kostnader .....	48
5.5 Fordeling av kostnader .....	49

# 1. Innledning

## 1.1 Oversikt over Sawyer

Sawyer er en interaktiv planleggingsmodell for sagbruk. Basert på beskrivelse av saganlegget, tømmertilgang og produkter, beregnes postninger, trelastproduksjon og kalkyler for dekningsbidrag per stokk og produkt. Inndata i Sawyer kan tastes inn manuelt, men det meste kan også hentes fra regneark som ofte er lettere å arbeide med, og som gir mulighet til å integrere med andre datasystemer i bedriften. Data kan eksporteres til Microsoft Excel® for videre analyse.



Figur 1. Sawyers knapper for filbehandling.

Knapperaden øverst inneholder standard filfunksjoner og utskrift. Fra venstre: Ny fil, Åpne fil, Lagre fil, Lagre som, Eksporter beregningsresultater til Opt/ Apt, Eksporter til Microsoft Excel, Skriv ut og Avslutt.



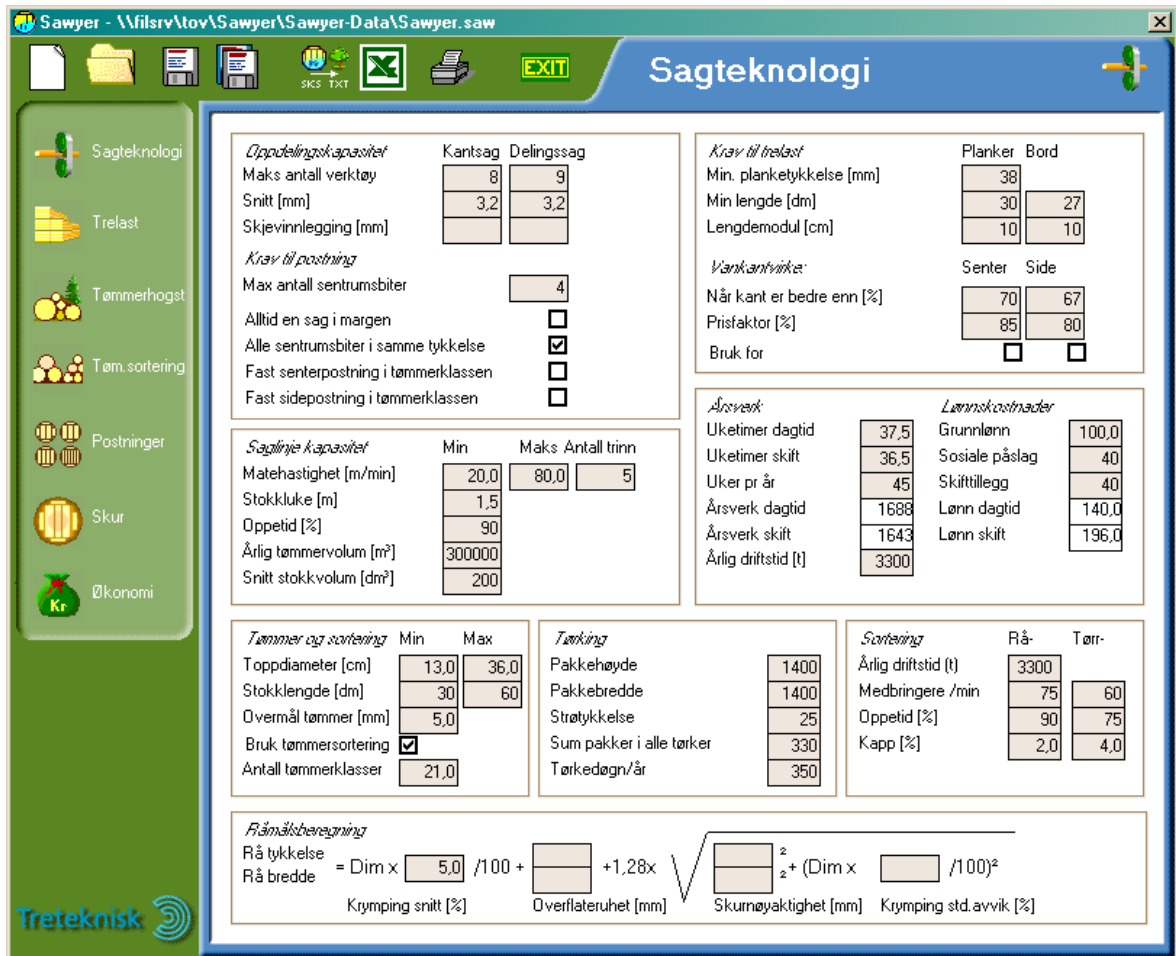
Figur 2. Sawyers skjemaknapper.

Den lodrette knapperaden gir tilgang til Sawyers forskjellige visninger av data og resultater, som beskrives kort nedenfor.

### Sagteknologi

Viser inndataskjemaet i Figur 3, som inneholder informasjon gruppert i rammer for forskjellige funksjoner.

- "Oppdelingskapasitet" styrer postningsberegning.
- "Krav til trelast" styrer blant annet minstelengde, kappemodul og et standard kantkrav.
- "Saglinje kapasitet" er grunndata for å beregne produktivitet i sagen.
- "Årsverk" og "Lønnskostnader" brukes av økonomimodellen.
- "Tømmer og sortering" styrer tømmer sorteringen og hvordan stokker fordeles i tømmerklasser.
- "Tørking" er grunndata for kapasitet i tørkene.
- "Sortering" er grunndata for kapasitetsberegning i rå- og tørrsortering.
- "Råmålsberegning" styrer hvordan råmålet beregnes om det ikke angis.



Figur 3. Beskrivelse av sagbrukets kapasitet i Sawyers sagteknologiskjema.

**Trelast**

Tabell 1. Produktene spesifiseres i en tabell som også viser beregningsresultat.

Produkt	Nominell		Aktuell		Senter		Side		Trelast						
	Tyk.	Bredde	Tyk.	Bredde	Kant	Fukt.	Plankeposisjon	Pris	Kant	Pris	Behov	Prod.	Lengde		
TTTxBBB	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[%]	Marg	Indre	Ytre	[kr/m²]	[%]	[kr/m²]	[m²]	[m²]	[dm]
016x075	16	75	16,8	78,8	85	0				0	85	900	-405,6	865,3	34
016x100	16	100	16,8	105,0	85	0				0	85	900	43,8	542,3	33
019x100	19	100	20,0	105,0	85	0				0	85	900	2745,5	237,5	37

Skjemaet inneholder listen over alle produkter. Når denne listen er aktiv, vises også en knapp for å importere data fra regneark, noe som gir mulighet for å hente inn data fra bedriftens øvrige datasystemer. For hvert produkt angis dimensjoner, kantkrav, fuktighetsnivå og pris. Kantkrav og pris kan angis forskjellig for senteruttak og sideuttak. I tillegg angis om produktet er tillatt i sentrum som margplank, innerplank og ytterplank. Virkesbehovet angis for hvert produkt og brukes av Sawyer for å tilpasse skuren til markedet.

## Tømmerhogst

Tabellen er inndatatabell for tømmer. Data kan skrives inn, eller leses fra en fil laget av Opt/Apt eller fra en regnearktabell, for eksempel fra Skog-Data.

Tabell 2. Utdrag av tømmerhogsttabellen.

Treslag	Felt	Tre	Stokk	Toppdiam.	Avsmaling	Lengde	Antall stokker	Pris	D-Index	L-index
				[cm]	[mm/m]	[dm]		[kr/m <sup>3</sup> ]		
				13,0	10,0	36,0	23 288,0		1	3
				13,0	10,0	39,0	23 688,0		1	4
				13,0	10,0	42,0	17 556,0		1	5

## Tømmersortering

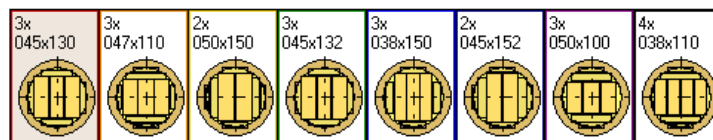
Her vises hvordan tømmeret er sortert i antall stokker per klasse. Brukeren har mulighet til å redigere klassegrenser.

Tabell 3. Utdrag av tømmersorteringstabellen.

TD. min	L min	L max	Diam	Avsm	Lengde	Stokker per lengdeklasse											Sum	Volum	Pris
[cm]	[dm]	[dm]	[cm]	[mm/m]	[dm]	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	Antall	[m <sup>3</sup> ]	[kr/m <sup>3</sup> ]	
Utlegg																			
13,0	36	54	13,0	10,0	41,4			23 288	23 688	17 556	10 971	7 377	6 183	1 717		90 780	6 767,9		
14,0	36	54	14,0	10,0	43,3			10 110	12 200	11 124	9 545	8 787	7 571	2 515		61 852	5 559,8		
15,0	36	54	15,0	10,0	45,3			2 965	4 674	6 117	6 751	7 257	6 238	2 675		36 677	3 924,4		

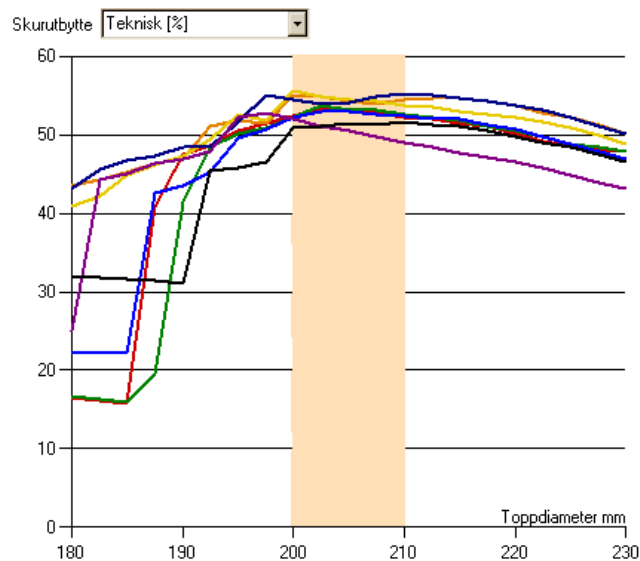
## Postninger

Toppdiam.: 20,0 [cm]  
 Avsmaling: 10,0 [mm/m]  
 Lengde: 47,7 [dm]  
 Skurubytte  
 Teknisk: 52%  
 Økonomisk: 741 [kr/m<sup>3</sup>]  
 Tilordnet antall stokker:



17 244

Kl. nr.	TD. min [cm]	Antall	Volum [m <sup>3</sup> ]
1	130	90780	6739
2	140	61852	5535
3	150	36677	3910
4	160	69129	8283
5	170	42806	5823
6	180	29719	4564
7	190	26934	4575
8	200	17244	3247
9	210	15016	3069
10	220	11275	2522
11	230	7980	1918
12	240	6560	1683
13	250	3373	897
14	260	5001	1313
15	270	2975	838
16	280	938	296
17	290	719	236
18	300	939	358
19	320	241	119
20	340	0	0
21	360	0	0



Figur 4. Sawyer finner de inntil åtte beste postningene i hver tømmerklasse.

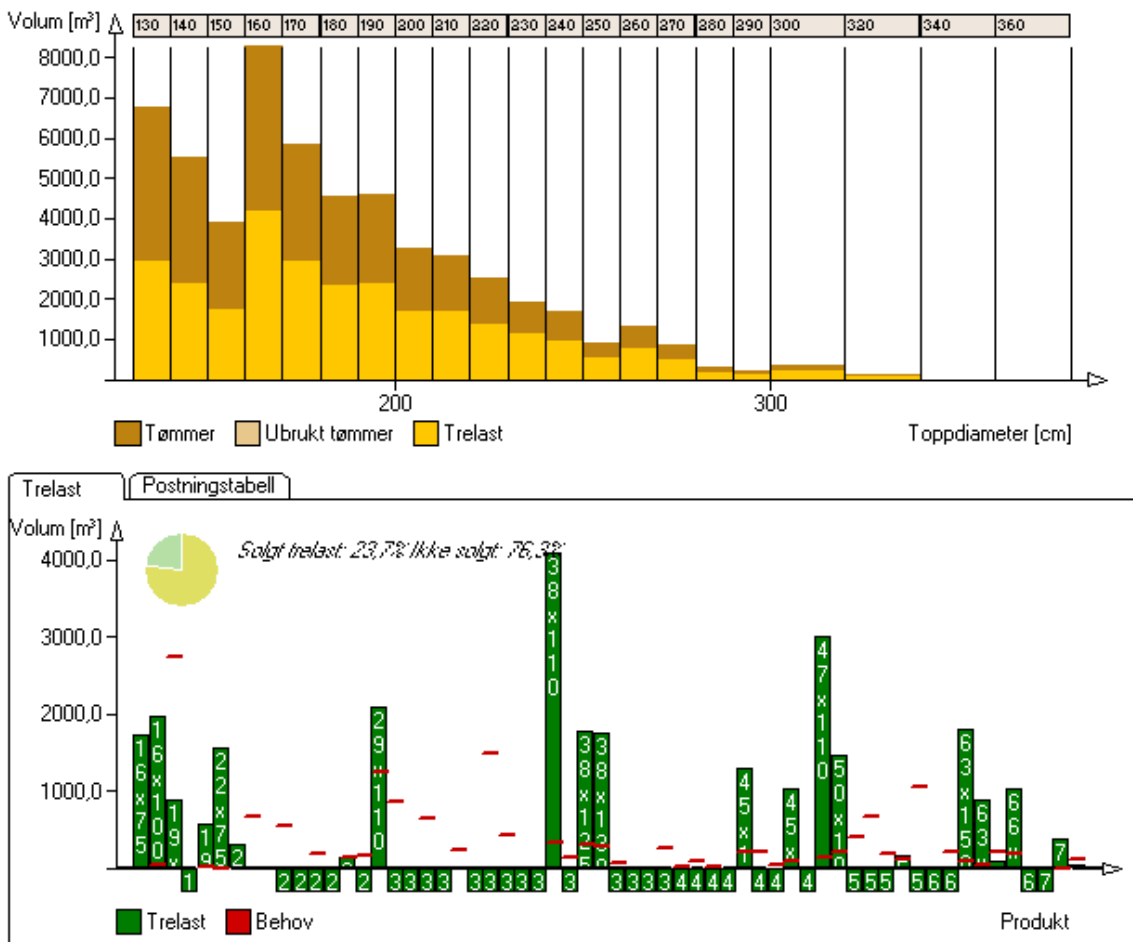


Sawyer genererer postninger automatisk ved å søke gjennom alle mulige postninger og velge de inntil åtte beste. Brukeren kan starte denne operasjonen manuelt, og postningene kan redigeres og slettes etter behov. Figuren viser postningsalternativene i tømmerklasse 20 cm, sammen med teknisk skurutbytte som funksjon av toppdiameter. Den fargede boksen i diagrammet viser tømmerklassens utstrekning.

**Skur**

Tømmerfordelingen øverst i Figur 5 viser de aktuelle tømmerklassene som stolper. Den brune stolpen er hvor mye tømmer som er skåret, og den gule delen av stolpen viser hvor mye trelast som er produsert i klassen. Trelastfordelingen i det nederste diagrammet viser volumet som er produsert av hvert produkt, mens den røde markøren er behovet som er angitt for produktet.

55925 m<sup>3</sup> tømmer skåret. Skurutbytte: Teknisk 50,4%, Økonomisk 701 [kr/m<sup>3</sup>], DBidrag: 163 [kr/m<sup>3</sup>].



Figur 5. Sawyers skurresultat, med tømmer øverst og trelastutfall nederst.

Ved å klikke på en tømmerklasse, vises hvilke produkter som er produsert i klassen, ved at de tilhørende trelaststolpene får lysere farge. Produkter som er tilgjengelige i klassen ved å velge andre postninger, blir gule. Tilsvarende, ved

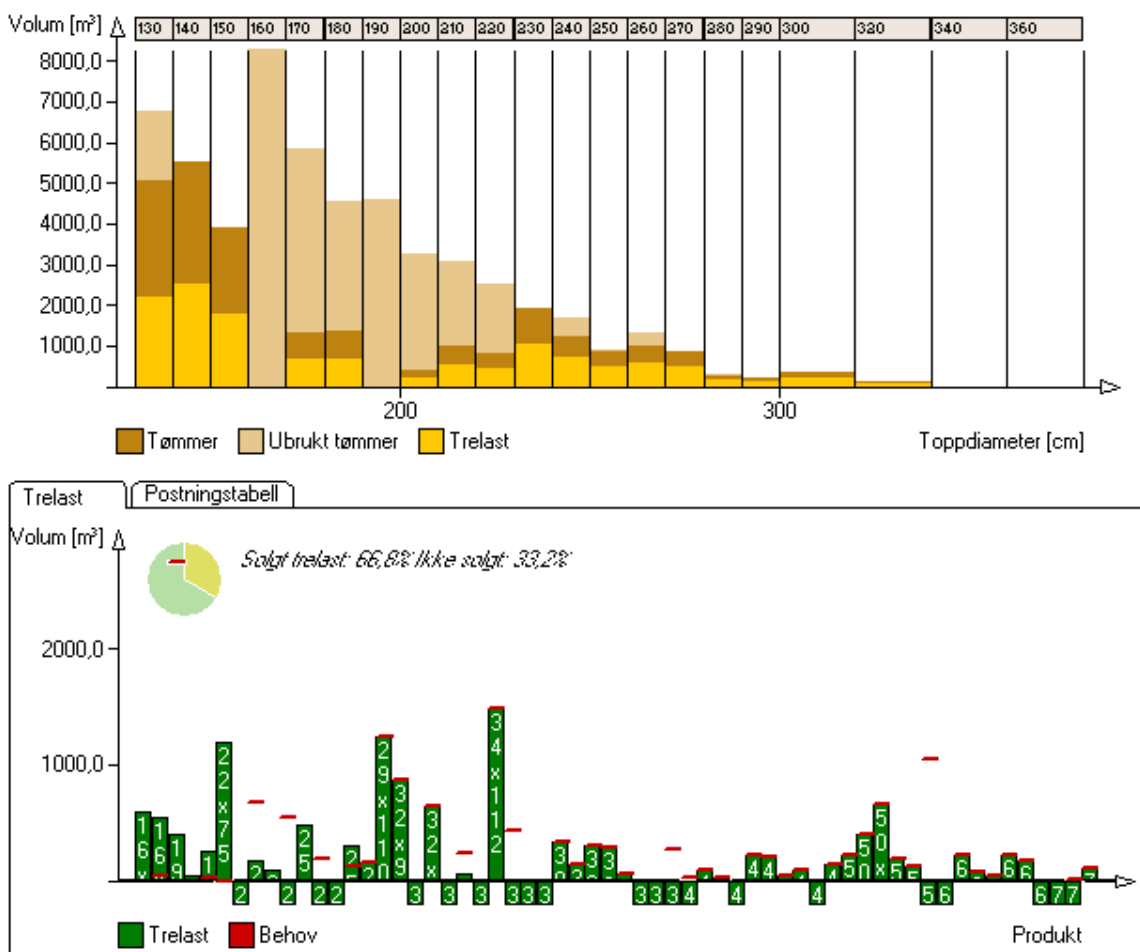
å klikke på et trelastprodukt, vises tømmerklassene det produseres fra med en grønn stolpe, som tilsvarer produsert volum i klassen. Andre klasser der produktet er tilgjengelig, vises med en skarp gulfarge.

Sawyer opplyser at 55 925 m<sup>3</sup> tømmer er skåret med teknisk skurutbytte på 50,4 %, og økonomisk utbytte på 701 kr/m<sup>3</sup>.

Dette er situasjonen etter at postningene er generert. Sawyer velger da at alle stokker skal skjæres med den beste postningen, uten hensyn til virkesbehovet. Dette gir det høyeste teoretiske dekningsbidraget, men forutsetter i realiteten at alt som produseres er salgbart. Kakediagrammet viser imidlertid at bare 23,7 % av det produserte virket har et angitt behov.

Vi kan med andre ord se at skuren må styres slik at markedets behovet dekkes. Sawyer har verktøy for dette, ved at tømmeret omfordeles til mindre optimale postninger, slik at vi får en mer markedsrelevant produksjon.

26327 m<sup>3</sup> tømmer skåret. Skurutbytte: Teknisk 49,7%, Økonomisk 622 [kr/m<sup>3</sup>], DBidrag: 82 [kr/m<sup>3</sup>], Tilpasningskost:60 [kr/m<sup>3</sup>].



Figur 6. Skur etter markedstilpasning.

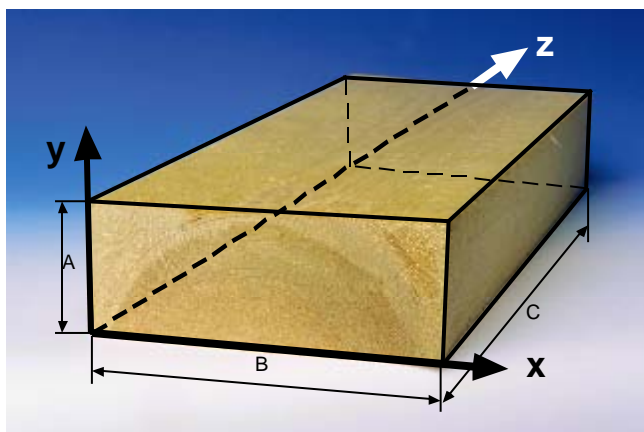


## 2. Modell for oppdeling av en stökk

I de følgende kapitlene beskriver vi hvordan Sawyer modellerer skurprosessen. Deler av framstillingen kan virke overdrevent matematisk for noen, men her er det ikke nødvendig å finlese alt for å få med de store trekkene. Formelverket er tatt med for at den som ønsker det, skal kunne lage regnearkmodeller som utfører deler av operasjonene i Sawyer.

### 2.1 Hva er en modell?

En matematisk modell av et fenomen er en matematisk relasjon som er slik at den speiler fenomenet mer eller mindre nøyaktig. Vi kaller modellen og fenomenet isomorfe (ensdannede) når det eksisterer en speiling mellom hvert element i modellen med korresponderende element i fenomenet, slik at resultatet av operasjoner i modellen speiler en tilsvarende operasjon i fenomenet.



Figur 8. Prisme som modell av en planke.

For eksempel er et rektangulært prisme et matematisk objekt med  $0 \leq x \leq A$ ,  $0 \leq y \leq B$  og  $0 \leq z \leq C$ , der  $x$ ,  $y$  og  $z$  representerer et rettvinklet aksesystem. Lengden av sidekantene er  $A$ ,  $B$  og  $C$ , og prismets volum,  $V_{\text{prisme}} = ABC$ .

En planke har bredde =  $A$ , tykkelse =  $B$  og lengde =  $C$ . Plankens volum kan bestemmes fysisk ved å måle hvor mye vann den fortrenger, men de fleste kan uten videre akseptere at planken er isomorf med det rektangulære prismet, slik at volumet kan beregnes på samme måte:  $V_{\text{planke}} = \text{bredde} \times \text{tykkelse} \times \text{lengde} = ABC$ . Eksempelet illustrerer noen viktige poenger ved modellering:

- Modellen gir oss nyttig informasjon om fenomenet den speiler, slik at operasjoner som er vanskelige i virkeligheten (som å dyppe planker i vann), kan erstattes av enkle matematiske operasjoner.
- Modellen er en tilnærming til virkeligheten. Mens et rektangulært prisme er en matematisk definert form, er en praktisk planke en litt lodden sak med vankanter, kuring og vridning. Prismet, som modell for planken, er nyttig så lenge vi bare er interessert i de tre egenskapene som prismet støtter. Den er god nok for å beregne salgsvolumer av trelast, men sier ingenting om andre forhold som kan ha betydning for kundens bruk av planken. Vi kan forbedre modellen ved å finne andre matematiske former som stemmer bedre, men vi kan aldri lage en modell som helt ut beskriver planken.

- Modeller har begrenset gyldighetsområde. Når modellene blir sammensatte, er det fare for å miste dette av syne, slik at en trekker konklusjoner om objektet som støttes i modellen, men savner relevans i virkeligheten. Det er derfor avgjørende at modellene verifiseres med praktiske forsøk.

Her skal vi lage matematiske modeller som er isomorfe med de forskjellige objektene som inngår i et sagbruk. Noen av dem vil være fulle av detaljer, mens andre vil være mer eller mindre hardhendte forenklinger. Målet er å komme fram til en samlet modell, som med større eller mindre grad av presisjon kan være hjelpeverktøy til bruk i planleggingen av sagbruksdrift.

## 2.2 Teknisk og økonomisk skurutbytte

Hensikten med å modellere oppdelingen av en tømmerstokk, er å finne fram til den eller de oppdelingsmåtene som maksimerer produksjonsverdien av stokken. Verdien måler vi i første omgang med teknisk og økonomisk skurutbytte som er definert som følger:

Teknisk skurutbytte er det prosentvise forholdet mellom skurlastvolum og tømmer volum.

$$\text{Teknisk skurutbytte} = \frac{\text{Skurlastvolum} \cdot 100}{\text{Tømmervolum}}$$

Skurlastvolumet som benyttes her er skurlastens salgsmål etter kapping for salg. Det vil si etter tørrsorteringen.

Tømmervolumet er i prinsipp det neddykkede volumet av tømmeret, men vi kommer til å benytte tømmermodellens volum i de fleste beregninger. Når skurutbyttet sammenlignes fra et sagbruk til det neste, er det imidlertid vanlig å bruke innkjøpt tømmer volum, noe som kan avvike en del fra det modellerte. Forskjellen blir diskutert senere.

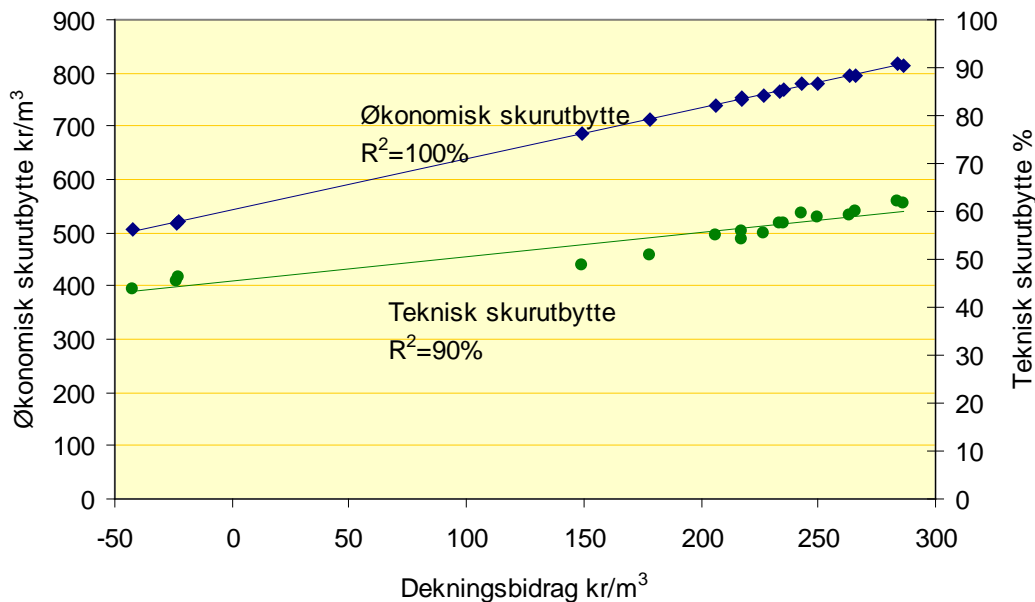
Det økonomiske skurutbytte defineres som summen av salgsværdien for alle produkter og biprodukter som faller av skuren dividert på tømmer volumet.

$$\begin{array}{r} \text{Sum trelastvolum} \times \text{pris for all trelast} \\ + \text{ fast volum celluloseflis} \times \text{pris} \\ + \text{ fast volum sagflis} \times \text{pris} \\ \hline = \text{Produktverdi} \end{array}$$

$$\text{Økonomisk skurutbytte} = \frac{\text{Produktverdi}}{\text{Tømmervolum}}$$

Tømmer og trelastvolum er definert som under teknisk skurutbytte.

Teknisk og økonomisk skurutbytte har i de senere årene vært undervurdert som målekriterier for lønnsomheten i sagbruk. Figur 9 viser en direkte sammenligning av dekningsbidrag/m<sup>3</sup> tømmer med teknisk og økonomisk skurutbytte. Korrelasjonene er meget høye, spesielt for det økonomiske skurutbyttet, som forklarer nær 100 % av variasjonen i dekningsbidrag. Selv teknisk skurutbytte forklarer 90 % av variasjonen i dekningsbidrag. Dette viser at skurutbytte er gode målebegreper for lønnsomhet, selv om beregningene er vesentlig enklere enn dekningsbidrag.



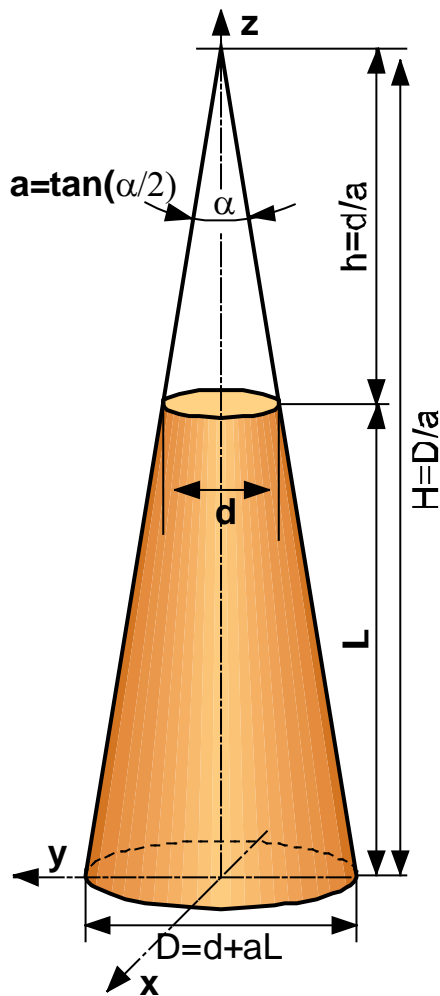
Figur 9. Sammenligning av teknisk og økonomisk skurutbytte med dekningsbidrag.

Som et resultat av dette, bruker Sawyer det økonomiske skurutbyttet i all skuroptimering. Dette forenkler beregningene vesentlig i forhold til å bruke dekningsbidrag.

## 2.3 Tømmermodell

For å beregne det tekniske og økonomiske skurutbyttet for en enkelt stokk når oppdelingsmønsteret (postningen) er gitt, trenger vi en matematisk modell av en tømmerstokk. Den enkleste meningsfylte modellen er en sylinder, som brukes ved oppgjørsmåling for tømmer i Sverige. Fordelen med en sylindermodell, er at den er enkel, men problemet med en slik modell er at en betydelig del av det nyttbare volumet ligger utenfor toppsylindere. I Norsk virkesmåling brukes en stokkmodell som beskriver stokken som en rett, avkortet kjegle. I forhold til tømmerets neddykkede volum, gir dette en god tilnærming. Den rette, avkortede kjeglen beskrives med:

- d: Toppdiameter
- a: Avsmaling
- L: Lengde



Figur 10. Tømmermodell.

Overflaten for en rett avkortet kjegle fås ved å kombinere et sirkulært tverrsnitt med en lineært synkende diameter. Avsmalningen beskriver diameterendringen direkte. Merk at avsmalningen er uten benevning. Aksekorset har origo i rotenden, og z-aksen går gjennom sentrum av rot- og toppflaten.

$$r^2 = x^2 + y^2 \text{ (sirkulært tverrsnitt)}$$

$$r = \frac{1}{2}(D - az) \text{ (lineært avtagende diameter)}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1}{4}(D - az)^2$$

Ved å kombinere de to uttrykkene, får vi ligningen for overflaten:

$$\frac{1}{4}(D - az)^2 = x^2 + y^2$$

Volumet beregnes fra den generelle ligningen for volumet av en kjegle:

$$V_{\text{keggle}} = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 H$$

Vi har en kjegle med radius  $D/2$  og høyden  $H = D/a$  fratrukket kjeglen med radius  $d/2$  og høyden  $h = d/a$ . Setter vi disse verdiene inn i uttrykket for kjeglevolumet, får vi:

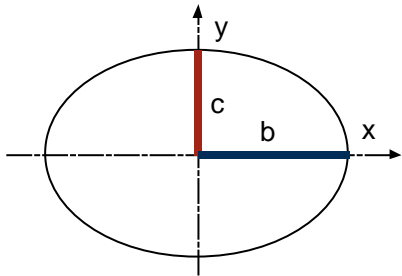
$$V_{\text{stokk}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \frac{D^2}{4} \frac{D}{a} - \frac{1}{3} \cdot \pi \frac{d^2}{4} \frac{d}{a}, \text{ som forenklet gir:}$$

$$V_s = \frac{\pi}{12a} \cdot (D^3 - d^3)$$

Før denne modellen kan brukes, må vi vurdere om den har tilstrekkelig likhet med en praktisk tømmerstokk. Toppdiameter, avsmalning og lengde er hver for seg isomorfe med modellens parametre, men en praktisk tømmerstokk kan avvike en god del fra den rette, avkortede kjeglens form. For det første er få stokker helt sirkulære.

### Ovalitet og krok

Stokkmodellen kan utvides til å ta inn effekten av ovalitet ved å bruke et elliptisk tverrsnitt. Enklest kan dette gjøres ved å beskrive stokkens overflate via ligningen for en ellipse, som i utgangspunktet er en utvidelse av ligningen for en sirkel. For å gjøre det, må vi utvide tømmerbeskrivelsen med informasjon om ovalitetens størrelse.



Figur 11. Elliptisk tverrsnitt.

Det generelle uttrykket for en ellipse med sentrum i origo er:  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1$ , der  $b$  og  $c$  er radien langs hovedaksene. For å relatere ellipsen til fysisk størrelse for stokken, bruker vi toppdiameter som gjennomsnittet av kryssmålte diametre. Det vil

si at  $d = b + c$ . Vi innfører en parameter for ellipseformen  $E = \frac{b}{c}$  og løser med

hensyn på  $b$  og  $c$ :  $b = \frac{dE}{E+1}$  og  $c = \frac{d}{E+1}$ . Vi setter inn i ellipseligningen

$$\frac{x^2}{\left(\frac{dE}{E+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{d}{E+1}\right)^2} = 1 \text{ og ordner: } \frac{E^2 d^2}{(E+1)^2} = x^2 + E^2 y^2$$

Dette er tverrsnittet i toppflaten som vi utvider ved å sette inn uttrykket for lineært avtagende diameter. Dette gir ligningen en overflate av en rett avkortet elliptisk kjegle:

$$\left(\frac{E}{E+1}\right)^2 (D - az)^2 = x^2 + E^2 y^2 \text{ der } D = d + aL.$$

Leseren kan selv overbevise seg om at kjeglen blir sirkulær når  $E = 1$ , at største diameter er i  $x$ -retning når  $E < 1$  og i  $y$ -retning når  $E > 1$ .

Volumet av en elliptisk kjegle er  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi b c H$ , og transformert til våre variabler  $d$  og  $E$  får vi uttrykket:

$$V = \frac{\pi E}{3a(E+1)^2} d^3. \text{ Legg merke til at dette er toppkjeglen med diameter lik}$$

toppdiameteren på stokken. Siden vi har lagt origo i rotflaten, er dette altså volumet av kjeglen som begynner ved  $z = L$  og strekker seg til  $z = L + d/a$ . Volumet av modellstokken er differansen mellom kjeglen som begynner i rotflaten og den som begynner i toppflaten:



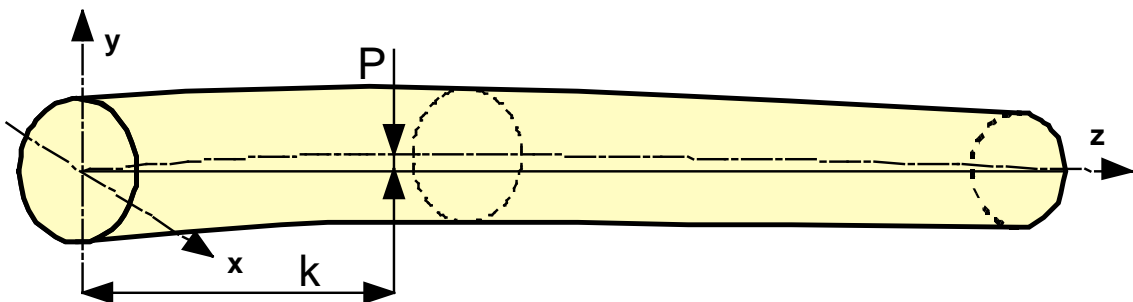
$V_{\text{stokk-elliptisk}} = \frac{\pi E}{3a(E+1)^2} (D^3 - d^3)$ , som er en utvidelse av uttrykket for den sirkulære stokkmodellen. Når  $E = 1$  blir  $E/(E+1) = 1/2$ , som samsvarer med formelen for sirkulært tverrsnitt.

Uttrykkene ser ikke avskrekkende ut, men det er ikke dermed sikkert at vi har en mer nøyaktig modell. Ellipsen passer for eksempel brukbart for furu, mens gran ofte har et mer eggformet tverrsnitt som burde vært modellert som en ovoide.

### Krok

Tømmerstokker er sjelden helt rette. Å modellere stokker med krok innebærer at vi må bøye stokkmodellen på en eller annen måte. Vi kan gjøre det ved å innføre en transformasjon der senterlinjen får en kurveform i rommet. Kurven kan være krummet i ett plan eller to plan, den kan være kontinuerlig eller diskontinuerlig. Å modellere krok er derfor vanskelig, med mindre en gjør noen forutsetninger som forenkler problemet. Her skal vi nøye oss med å se på en parabelform for krok i en rett, avkortet kjegle.

Krokposisjonen  $z = k$ , er lengdekoordinat for punktet der senterlinjen er lengst fra  $z$ -aksen, og krokens størrelse angis av pilhøyden  $P$ .



Figur 12. En rett, avkortet kjegle med krok.

Kroken kan modelleres som en parabel i  $y$ - $z$ -planet som passerer gjennom sentrum av endeflatene og punktet  $y = P$ ,  $z = k$ .

Fra ligningen for en parabel:  $y_c = Az^2 + Bz + C$  med randbetingelsene:

( $z = 0$ ,  $y = 0$ ), ( $z = L$ ,  $y = 0$ ) og ( $z = k$ ,  $y = P$ ) kan vi løse ut konstantene. De to første randbetingelsene gir:

$$0 = A \cdot 0^2 + B \cdot 0 + C \Rightarrow C = 0 \quad \text{og} \quad 0 = AL^2 + BL \Rightarrow B = -AL$$

Innsatt for dette resultatet og for den tredje randbetingelsen får vi så:

$$P = AK^2 - ALK \Rightarrow A = \frac{P}{K^2 - LK}$$

Dermed er ligningen for sentrumsaksen i en stokk med krok som følger:

$$y_c = \frac{P}{K^2 - LK} z^2 - \frac{P}{K^2 - LK} Lz \Rightarrow y_c = \frac{P(z^2 - Lz)}{K^2 - LK}$$

Settes dette resultatet inn i ligningen for overflaten får vi tømmermodellen for stokk med krok.

$$\frac{1}{4}(D - az)^2 = x^2 + \left[ y + \frac{P(z^2 - Lz)}{K^2 - LK} \right]^2$$

### Diskusjon av tømmermodellen

Det kunne nå være fristende å legge inn både korreksjon for ovalitet og krok i samme modell uten videre, men det ville ha gitt som resultat at kroken alltid ligger i samme retning, som ovalitetens hovedakse eller sekundærakse. For å unngå denne forutsetningen, må vi introdusere en rotasjonsvinkel mellom krok og ovalitet. Vi ender da opp med en syvdimensjonal modell med følgende parametere:

1.  $d$  = toppdiameter
2.  $a$  = avsmalning
3.  $L$  = lengde
4.  $E$  = ovalitet
5.  $k$  = krokposisjon
6.  $P$  = pilhøyde
7.  $\theta$  = rotasjonsvinkel mellom ellipsens hovedakse og krokens plan.

Matematisk blir neppe en slik stokkmodell uhåndterlig for en gitt stokk. Imidlertid må vi ta hensyn til at en modell for en enkeltstokk har liten verdi når det vi i realiteten er interessert i, er en modell som kan si noe om et stort antall stokker innenfor en tømmerklasse. Våre syv parametere blir i så fall statistiske fordelinger med hver sin variasjon og sannsynlighetsfordeling. Lengden er muligens normalfordelt, men avsmalning, ovalitet og krok er helt klart ikke det.

En moderne 3D måleramme er i stand til å måle stokkens form med stor nøyaktighet, men den modellerer stokkoverflaten som et mangesidig prisme, og gjør beregninger for den ene stokken, ikke for en gruppe av likeartede stokker. Dette leder til en konklusjon om at vi selv på dette stadiet har nådd fram til en stokkmodell som er mer komplisert enn vi kan håndtere i praktisk bruk. Vi er derfor nødt til å velge bort noe.

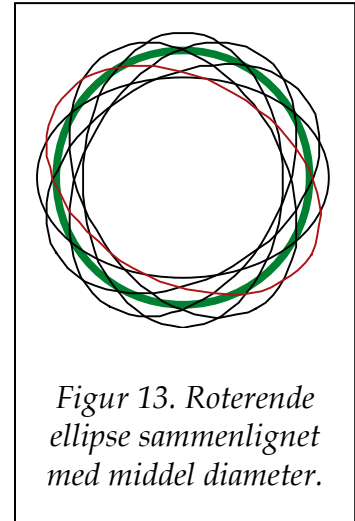
### Trenger vi krok?

Krok er en så viktig del av problemet at mange saganlegg har utrustning som er i stand til å følge stokkens senterlinje med brukbar presisjon. I slike anlegg vil stokken oppfattes fra sagmaskinenes side som så pass rett at kroken kan elimineres fra modellen.

Anlegg uten mulighet for krokstur er som oftest anlegg med fast postede blad, slik at alle stokker i tømmerklassen skjæres med bladene i samme posisjon. Anlegget er dermed ikke i stand til å håndtere den største variabiliteten i tømmeret, som er diameter, og da er det liten grunn til å tro at en mer nøyaktig tømmermodell vil gi bedre modellresultat.

### Trenger vi ovalitet?

Det er på ingen måte selvsagt at en modell med elliptisk tverrsnitt gir et riktigere resultat enn en modell med sirkulært tverrsnitt. En av grunnene er at stokken legges til etter krokretningen og ikke etter retningen på ovaliteten. Det blir derfor tilfeldig i hvilken retning ovaliteten ligger når stokken går inn i saga. Dette er illustrert på figuren til venstre, der seks like ovaler er tegnet i forskjellige retninger. Hva er så det beste uttrykket for stokken? En av ellipsene, eller sirkelen der diameteren er gjennomsnitt av ellipsenes to diametre? Om vi skal velge, vil enkelhet og etterprøvnbarhet av modellen trekke i retning av at et sirkulært tverrsnitt er å foretrekke når modellen arbeider med et statistisk antall stokker. Etter alt arbeid med ovalitet og krok, kommer vi altså til den konklusjon at en stokkmodell som betrakter stokken som en rett, avkortet kjegle, bør være tilstrekkelig nøyaktig for planleggingsformål. For oppdeling av enkeltindivider, må det på den annen side brukes en stokkmodell som utnytter all den informasjon som er tilgjengelig om stokkindividet.



### Tømmervolum

Når teknisk og økonomisk skurutbytte sammenlignes fra et sagbruk til et annet, er det fordelaktig å basere kuberingen av tømmeret på oppgjørsmålingens regneprinsipp.

For eksempel kan vi beregne volumet for en stokk med toppdiameter = 19,8 cm, lengde = 49 dm og avsmaling = 12 mm/m. Ved oppgjørsmålingen blir stokkens toppdiameter avrundet til klassemidt for tømmerklassen 19-20 cm og midtdiameteren beregnet med standard avsmaling lik 10 mm/m.

$$\text{Midtdiameter} = 195 + \frac{4900 \cdot 0,01}{2} = 219,5 \text{ mm}$$

Volumet beregnes med denne diameteren som om stokken er en sylinder.

$$\text{Volum} = \frac{\pi}{4} 219,5^2 \cdot 4900 = 185,4 \text{ liter}$$

Denne beregningsmetoden gir imidlertid en trinnvis funksjon på grunn av avrundingen av toppdiameteren, og dette gjør den lite egnet for modelleringsformål. I stedet beregnes modellens tømmervolum, som korresponderer med begrepet

“fysisk volum” eller “seksjonsvolum” i målerammene. Vi får da følgende volumberegning:

$$\text{Rotdiameter} = 198 + 4900 \cdot 0,012 = 256,8 \text{ mm}$$

$$\text{Volum} = \frac{\pi}{12 \cdot 0,012} (256,8^3 - 198^3) = 200,4 \text{ liter}$$

Det er med andre ord en forskjell på hele 8 % for denne stokken, og dette har stor betydning for det økonomiske skurutbyttet som er optimeringskriterium. I Sawyer har vi derfor valgt å bruke modellens tømmer volum (geometrisk volum) i alle beregninger.

## 2.4 Modell for trelast

I kapittel 1 diskuterte vi modellering av trelasten som et rektangulært prisme med sidekanter, tykkelse, bredde og lengde. Det er en sannhet med modifikasjoner, for trelast må skjæres med et overmål som skal ta hensyn til at den krymper ved tørking og at skuren ikke er helt nøyaktig. Videre tillates ofte en viss vankant på trelasten, noe som har betydelig innvirkning på skurutbyttet.

### 2.4.1 Råmål

De størrelsene som må tas hensyn til ved beregning av overmålet er:

#### Krymping

Fra treteknologien henter vi ut krympingen for nedtørking fra fibermetning til 0 % fuktighet.

Tabell 4. Krymping i % fra fibermetning til 0 % fuktighet.

Retning	Gran	Furu	Bjørk
Tangentiell	7,8	7,7	7,8
Radiell	3,6	4,0	5,3
Aksiell	0,3	0,4	0,6

Krympingen er lineær, så om vi skal tørke gran ned til 17 %, må vi legge på dimensjonen for et krympesvinn som er: Tangentiell:  $7,8/30 \times 17 = 4,42$  % og radiell:  $3,6/30 \times 17 = 2,04$  %.

Nå er det meste av trelasten utsatt for en kombinasjon av tangentiell og radiell krymping. I praksis kan en regne med en lineær krymping på 1 % per 4 % endring i fuktighet under fibermetning.

## Kuving

Kuving er en formfeil som skyldes at sommerveden krymper mer enn vårveden fordi den har tykkveggede celler med små hulrom. Dette gir en tendens hos år-ringene til å rette seg ut. Ved produksjon av råstoff til høvlet last blir kuvingen kompensert med et eget høvlingsmonn, slik at det ikke er normalt å kompensere for kuving ved beregning av råmålet.

## Skurnøyaktighet

Nøyaktig saging gir bedre utbytte ved at overmålet kan reduseres. For å få tilfredsstillende dimensjon på skurlasten, må vi legge på et overmål som er 1,28 ganger større en dimensjonens standardavvik. Ved å måle på tørr last, får vi et uttrykk for effekten både av sagens unøyaktighet og variasjonen i krymping. Det er derfor skurnøyaktigheten på tørr last som bør benyttes ved beregning av overmålet. Alternativt kan vi måle skurnøyaktigheten på rå last, men da må vi legge til variasjonen i krymping.

## Overflateruhet

Enkelte sagmaskiner kan gi en overflateruhet eller formfeil som det bør kompenseres for. Spesielt for sirkelsager med over- og underliggende blad vil den dårligste skurnøyaktigheten finnes i overlappingen mellom bladene, det vil si omtrent på midten av virket.

## Beregning av råmål

Overmålet skal ta hensyn til summen av de faktorene som er nevnt over. I de fleste bruk er overmålet bestemt fra en beregning en gang i tidenes morgen, men justert underveis som følge av erfaring. Vanlig størrelse på overmålet er rundt regnet 1-2 mm/tomme eller ca. 4-8 %.

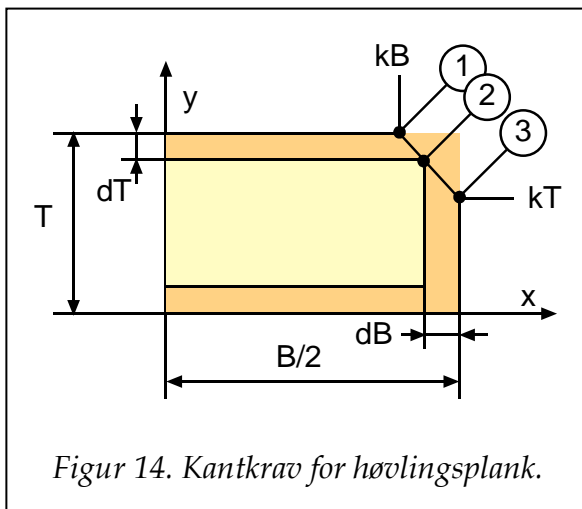
Tabell 5. I Sawyer angis råmålet ved å fylle ut formelen for råmål.

<i>Råmålsberegning</i>			
Rå tykkelse	= Dim x	<input type="text" value="5,0"/>	/100 +
Rå bredde		<input type="text"/>	+1,28x
		<input type="text"/>	$\sqrt{\frac{\text{Skurnøyaktighet [mm]}^2}{z^2} + (\text{Dim x } \frac{\text{Krymping std.avvik [%]}^2}{100})^2}$
	Krymping snitt [%]	Overflateruhet [mm]	Skurnøyaktighet [mm]

En forenkling som gir brukbart resultat, er å benytte et råmålstillegg som i prosent er likt for alle dimensjoner både i tykkelse og bredde. Det prosentvise tillegget må tilpasses for hvert enkelt sagbruk, og forutsetter at alle dimensjoner tørkes til omtrent samme fuktighetsnivå.

### 2.4.2 Kantkrav

Kantkravet for trelast beskrives som den andelen av dimensjonen som skal ha skurflate. Dette oppgis gjerne som et prosenttall fra 67 % til 100 %. Ved å skjære med vankant, kan skurutbyttet økes vesentlig, men når vankanten blir så stor at den vises i det ferdige produktet, blir verdien av skurlasten redusert.



Enkelte produkter, som for eksempel limtrelameller, er meget sensitive for vankant, mens andre, som for eksempel høvlingsplank, kan tåle en betydelig vankant uten at det får konsekvenser for ferdigproduktet.

Når skurlast skal videreføres til et rektangulært tverrsnitt, er det ikke nødvendig å skjære med helt skarp kant, siden kanten allikevel skal bearbeides. Her vises hvordan kantkravet kan beregnes i en slik situasjon.

Figur 15 viser en skisse av en planke med de aktuelle målene. Det er bare den ene halvdel av planken som analyseres, siden problemet er symmetrisk. Det stippledte rektangelet representerer planken fratrukket høvlingsmonnet. Parameterne er som følger:

- T = Plankens tykkelse.
- dT = Halve høvlingsmonnet for tykkelsen.
- B = Halve plankebredden.
- dB = Halve høvlingsmonnet for bredden.
- k = Kantkravet som et forholdstall av tykkelse og bredde (0-1).

For å beregne kantkravet, antar vi at punktene 1, 2 og 3 ligger på en rett linje som passerer gjennom punktene med koordinater:

Punkt	y	x
1	T	kB
2	T-dT	BdB
3	kT	B

Punktene tilfredsstiller ligningen:  $y = Ax + C$ , der A og C er konstanter. Om vi setter inn for punkt 1 i ligningen, får vi følgende uttrykk:

$$T = AkB + C, \text{ som løst med hensyn på } C \text{ gir: } C = T - AkB$$

Tilsvarende setter vi inn verdiene for punkt 2 og får:

$$T - dT = AB - AdB + C$$

Når vi setter inn uttrykket for C fra ligningen over og løser med hensyn på A, får vi:

$$A = \frac{dT}{kB + dB - B}$$

og

$$C = T - \frac{kB \cdot dT}{kB + dB - B}$$

Når vi nå setter opp ligningen for punkt tre med uttrykkene for A og C, får vi en ligning der bare kantkravet  $k$  er ukjent.

$$kT = \frac{B \cdot dT}{kB + dB - B} + T - \frac{kB \cdot dT}{kB + dB - B}$$

Denne kan forenkles til den endelige formen:

$$k = 1 - \frac{dB}{B} - \frac{dT}{T}$$

Tabell 6. Kantkrav for justert last med høvlingsmonn 2 mm.

Tyk. [mm]	Bredde [mm]						
	75	100	125	150	175	200	225
16	92,4	92,8	93,0	93,1	93,2	93,3	93,3
19	93,4	93,7	93,9	94,1	94,2	94,2	94,3
25	94,7	95,0	95,2	95,3	95,4	95,5	95,6
32	95,5	95,9	96,1	96,2	96,3	96,4	96,4
38	96,0	96,4	96,6	96,7	96,8	96,9	96,9
44	96,4	96,7	96,9	97,1	97,2	97,2	97,3
50	96,7	97,0	97,2	97,3	97,4	97,5	97,6
75	97,3	97,7	97,9	98,0	98,1	98,2	98,2

## 2.5 Beregning av teknisk skurutbytte

Utstyrt med modeller for tømmer som en rett, avkortet kjegle og trelast som et rektangulært prisme med overmål og vankanter, er vi klar til å ta fatt på oppgaven med å beregne skurutbytte. Vi må først plassere trelasten inn i tømmeret. Det vi søker er en matematisk modell som beregner lengden på en planke eller et bord som er plassert inn i tømmermodellen med en gitt posisjon og orientering.

For å forenkle alle beregningene, lønner det seg å regne om alle mål til en enhet, meter, desimeter, centimeter eller millimeter. Det spiller ingen rolle hvilken enhet som velges, så lenge en er konsekvent. Fordelen er at en dermed unngår konverteringskonstanter i formlene. Så lenge vi arbeider med enkeltstokker, er desimeter er en grei enhet, siden det gir volum i liter.

Stokken beskrives med:

- d: toppdiameter [dm]
- L: lengde [dm]
- a: avsmaling [ubenevnt]
- $D = d + aL$ : rottdiameter [dm]

Det geometriske stokkvolumet i liter er:  $V_T = \frac{\pi}{12a} (D^3 - d^3)$

Skurlasten måles og angis i nominelle størrelser, men skjæres etter et større råmål for å ta hensyn til tørkesvinn, skurnøyaktighet og overflatefinhet. Følgende mål gjelder for planke eller bord nummer i:

T<sub>i</sub>: Tykkelsens råmål.

B<sub>i</sub>: Breddens råmål.

Plankens origo er plassert midt på den indre flaten med koordinatene:

o<sub>xi</sub>: Plankens forskyvning i x-retning.

o<sub>yi</sub>: Plankens forskyvning i y-retning.

For å beregne hvor lang en planke kan være i en stokk, må vi først regne ut koordinatene for plankens hjørner når vankanten er så stor som det maksimalt tillatte for planken. Vi antar at planken har skarpe kanter på margsidene. Da kan fire hjørner bestemme lengden. For å beregne plankens lengde, setter vi disse koordinatsettene inn i ligningen for stokkoverflaten og løser med hensyn på z.

$$z = \frac{D}{a} - \frac{2}{a} \sqrt{x^2 + y^2}$$

Tabell 7. Koordinater for trelastens hjørner innsatt i stokkmodellen.

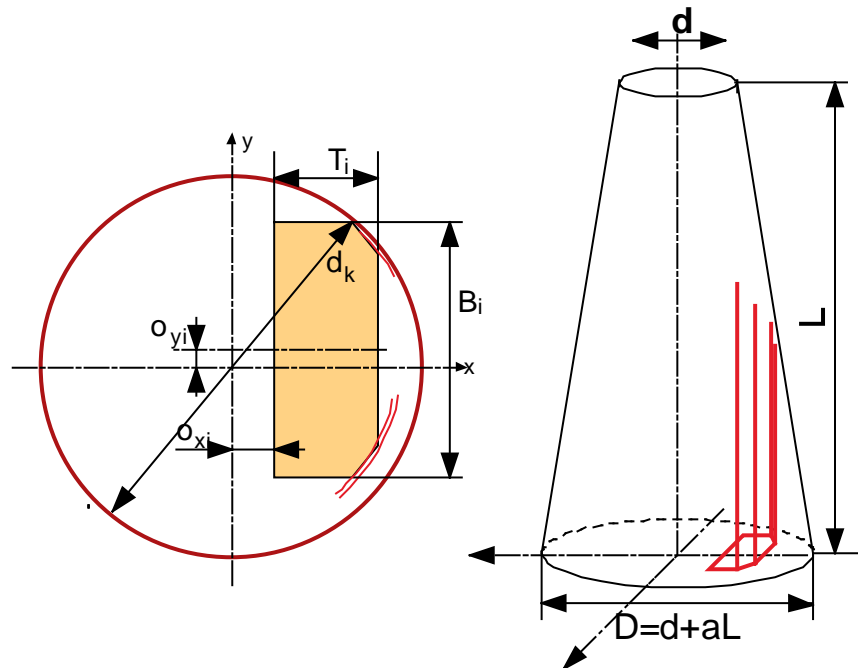
Hjørne nummer	X	Y	Lengde
A	o <sub>xi</sub> +kT <sub>i</sub>	o <sub>yi</sub> +B <sub>i</sub> /2	$z = \frac{D}{a} - \frac{2}{a} \sqrt{(o_{xi} + kT_i)^2 + (o_{yi} + B_i / 2)^2}$
B	o <sub>xi</sub> +T <sub>i</sub>	o <sub>yi</sub> +kB <sub>i</sub> /2	$z = \frac{D}{a} - \frac{2}{a} \sqrt{(o_{xi} + T_i)^2 + (o_{yi} + kB_i / 2)^2}$
C	o <sub>xi</sub> +T <sub>i</sub>	o <sub>yi</sub> -kB <sub>i</sub> /2	$z = \frac{D}{a} - \frac{2}{a} \sqrt{(o_{xi} + T_i)^2 + (o_{yi} - kB_i / 2)^2}$
D	o <sub>xi</sub> +kT <sub>i</sub>	o <sub>yi</sub> -B <sub>i</sub> /2	$z = \frac{D}{a} - \frac{2}{a} \sqrt{(o_{xi} + kT_i)^2 + (o_{yi} - B_i / 2)^2}$

Siden k og B er positive konstanter kan vi redusere antall ligninger som må regnes ved å se på fortegnet på forskyvningene. Observer at når forskyvningen i y-retning er positiv, så er enten hjørne A eller B det mest kritiske (det som gir kortest lengde), og når den er negativ, er enten hjørne C eller D mest kritisk.



Lengden på planken blir tallmessig den samme ved positiv og negativ forskyvning i y-retning. Det betyr at vi kan se bort fra fortegnet og nøye oss med å kontrollere to ligninger:

$$z = \frac{D}{a} - \frac{2}{a} \sqrt{(o_{xi} + kT_i)^2 + (\text{abs}(o_{yi}) + B_i/2)^2} \quad \text{og} \quad z = \frac{D}{a} - \frac{2}{a} \sqrt{(o_{xi} + T_i)^2 + (\text{abs}(o_{yi}) + kB_i/2)^2} .$$

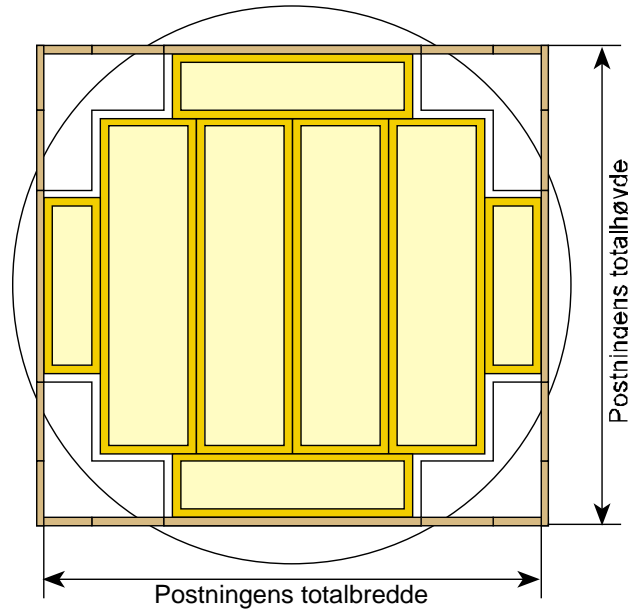


Figur 16. Trelastmodellen innplassert i tømmermodellen for å beregne trelastlengde.

I tillegg må vi ta hensyn til at:

- Når z-verdien blir mindre enn minstelengden, blir plankelengden null.
- Når z-verdien blir større enn stokklengden, blir plankelengden lik stokklengden.

### 2.5.1 Volumberegning



Figur 17. Sagflisvolum.

Sagflisvolumet beregnes som om hver planke og hvert bord er pakket inn i et lag med sagflis som tilsvarer halve snittykkelsen. Sagflisvolumet for planke nummer  $i$  blir da:

$$v_{si} = l_i s (t_i + b_i)$$

Totalt sagflisvolum er summen for alle planker og bord, med tillegg av sagflisvolumet for det ytre halve snittet. Leseren kan selv overbevise seg om at det er tilstrekkelig å beregne dette ut fra postningens ytre mål som antydnet på figuren:

$$V_s = \sum v_{si} + Ls(H + B)$$

Sagflisvolumet blir noe undervurdert i denne beregningen, siden snittet for en kortet bit fortsetter til enden av stokken, mens beregningen bare regner flisvolum for lengden av bitene. Dette volumet blir regnet som celluloseflis, så feilen i økonomisk skurutbytte blir liten.

Trelastvolumet for en stokk er summen av volumene for alle planker og bord beregnet med nominelle mål.

$$V_T = \sum_{i=1}^N t_i b_i l_i'$$

Krympevolumet er differansen mellom råmålsvolum og nominelt volum summert over all trelast.

$$V_K = \sum_{i=1}^N T_i B_i l_i' - \sum_{i=1}^N t_i b_i l_i'$$

Volumet av hon eller celluloseflis er resten av stokken:

$$V_C = V_{stokk} - V_{sagflis} - V_K - V_T$$

## 2.5.2 Teknisk og økonomisk skurutbytte

Teknisk skurutbytte er definert som trelastvolum dividert på tømmer volum i %:

$$\text{Teknisk skurutbytte} = V_t / V_{stokk}$$

Økonomisk skurutbytte beregnes ved å summere verdien av all trelast og alle biprodukter og dividere på tømmer volum. Produktpris betegnes med p.

$$\text{Økonomisk skurutbytte} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i b_i l_i' \cdot p_{t,b} + V_C p_C + V_S p_S}{V_{stokk}}$$

### Forenklinger i modellen

I beregningen regnes det som om trelastens hovedakse er orientert i samme retning som tømmerets hovedakse. Dette gir en vesentlig forenkling i beregningene. Ved å legge på korreksjonsfunksjoner for eventuelle sentreringsfeil, kan beregningen utvides til å simulere effekten av at maskinsenter og stokkens sentrum ikke faller sammen. I praksis er det sentreringen i toppenden som betyr mest for skurutbyttet. I modellen blir dette tatt inn som en del av forskyvningsparameterne  $o_{xi}$  og  $o_{yi}$ .

### Regneeksempel

En stokk med toppdiameter 13,4 cm skal deles opp i 2 stk. 50x100 mm planker. Vi antar at stokken skjæres symmetrisk. I eksemplet er alle enheter koordinert til desimeter, siden vi dermed får volumet i liter.

Tabell 8. Beregning av teknisk skurutbytte.

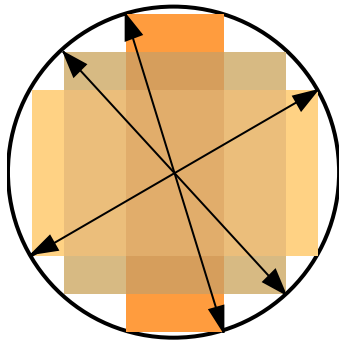
Tømmerdata			
d	13,4 cm	1,34 dm	Toppdiameter
a	10 mm/m	0,01	Avsmaling
L		45 dm	Stokklengde
D	$1,34 + 0,01 \cdot 45$	1,79 dm	Rotdiameter
V	$\frac{3,1415}{12 \cdot 0,01} (1,79^3 - 1,34^3)$	87,2 l	Stokkvolum
Skurlastdata			
k	75 %	0,75	Kantkrav
t	50 mm	0,5 dm	Nominell tykkelse
T	54 mm	0,54 dm	Råtykkelse
b	100 mm	1 dm	Nominell bredde
B	108 mm	1,08 dm	Råbredde
$o_x$	2 mm	0,02 dm	Forskyvning fra sentrum med et halvt snitt
$z_x$	$\frac{1,79}{0,01} - \frac{2}{0,01} \sqrt{(0,02 + 0,75 \cdot 0,54)^2 + \left(\frac{1,08}{2}\right)^2}$	41,5 dm	Lengde styrt av minimum tykkelse
$z_y$	$\frac{1,79}{0,01} - \frac{2}{0,01} \sqrt{(0,02 + 0,54)^2 + \left(\frac{0,75 \cdot 1,08}{2}\right)^2}$	40,7 dm	Kravet styrt av minimum bredde
$l_i$	$\min(41,5; 40,7; 45)$	$\approx 41$ dm	Plankelengde
Volumer			
v	$2x 0,5 \cdot 1 \cdot 41$	41 l	Nominelt plankevolum
V	$2x 0,54 \cdot 1,08 \cdot 41$	47,80 l	Aktuelt plankevolum
$V_s$	$2 \cdot 45 \cdot 0,04 \cdot (0,54 + 1,08) + 45 \cdot 0,04 \cdot (1,16 + 1,12)$	9,93 l	Sagflisvolum
$V_H$	$101,9 - 47,8 - 9,93$	44,17 l	Honvolum
U	$\frac{41}{101,9} \cdot 100$	40,2 %	Skurutbytte

### 3. Optimering av postninger

Vi har nå sett hvordan produktutfall og skurutbytte kan beregnes for en enkelt stokk som skjæres med en gitt postning. For å velge den optimale postningen for en stokk, må vi i realiteten prøve gjennom alle mulige postninger for så å velge den eller de beste. Skursim overlot til brukeren å prøve seg fram til denne postningen direkte, men Sawyer skal optimere en hel tømmerfangst som kan bestå av flere titalls tømmerklasser, og må derfor være i stand til å lage postningene automatisk. I dette kapitlet diskuteres prinsipper for postningsoptimering.

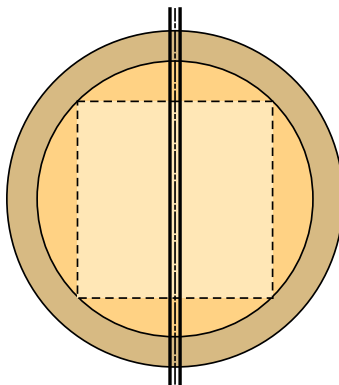
#### 3.1 Maksimalt senteruttak

For de fleste sagbruk utgjør en stor andel av inntektene salgsinntekter for planker skåret fra stokkens senter. Senteruttaket karakteriseres ved at det kan bestå av to eller flere planker som alle har samme bredde. Tradisjonelt er tykkelsen den samme for alle plankene, men nyere praksis er å kombinere forskjellige planke-dimensjoner for å utnytte stokken bedre.



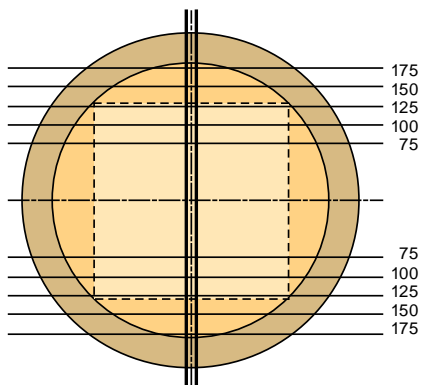
For å maksimalisere senteruttaket blir det et spørsmål om å finne det største mulige rektangel som kan innskriveres i en sirkel. Det burde være kjent at dette er et kvadrat med diagonal lik diameteren. Fra dette er det lett å overbevise seg om at kvadratets areal er 63,7 % av sirkelens areal.

Figur 18. Største rektangel i en sirkel har diagonal lik sirkelens diameter.



For å maksimalisere stokkens senteruttak begynner vi med å beregne kvadratet. Skal vi ha ett snitt i marginen, må vi ta hensyn til dette.

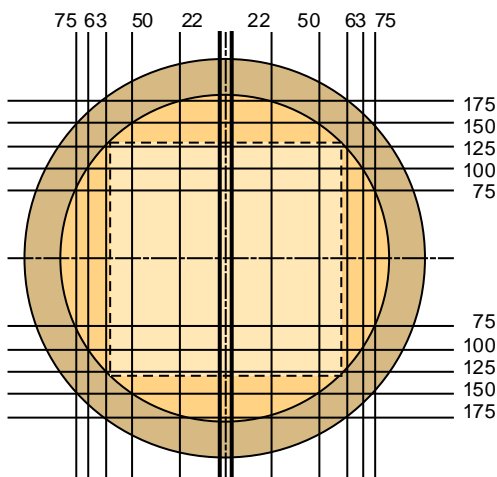
Figur 19.



Figur 20.

Løsningen er å finne for planker med bredde mindre enn sirkelens diameter som de er markert her. Vi ser at kvadratet nesten faller sammen med 125 mm, så det er sannsynlig at løsningen har bredde i området 100-150 mm.

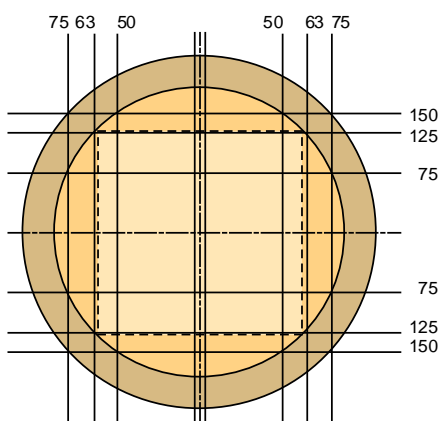
OBS: Vi bruker råmål selv om betegnelsene er nominelle mål.



Figur 21.

For hver bredde beregnes skurflatens bredde i toppenden. Husk at den effektive utnyttbare bredden også omfatter vankant, selv om størrelsen av denne ikke er kjent før trelastdimensjonene er endelig valgt.

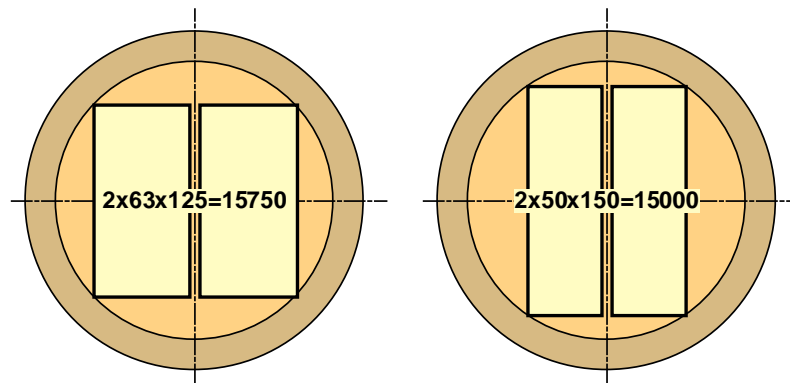
Her er målene som er angitt øverst tykkelsesmål på plankene.



Figur 22.

Nå kan vi eliminere de åpenbart ubrukbare løsningene. 22x175 blir borte fordi 22 mm ikke er en planke. 50x75, 50x100 og 50x125 fjernes fordi 50x150 åpenbart er større. Tilsvarende for 63x100 og 63x75. 75x75 er ikke en salgbar dimensjon. Vi sitter igjen med to kandidater:

2 stk. 50x150 mm og 2 stk. 63x125 mm.



Figur 23.

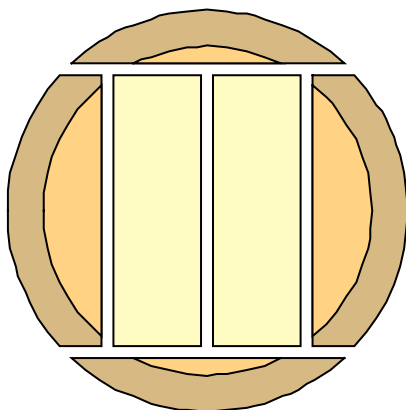
En rask kontroll av de forskjellige uttakene gjøres ved å beregne arealet av plankene.

2 stk. 63x125 har et areal på 15 750 mm<sup>2</sup>

2 stk. 50x10 har areal på 15 000 mm<sup>2</sup>.

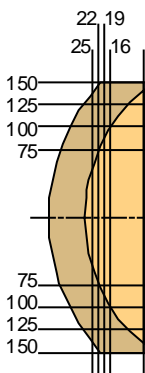
Selv om det første uttaket viser et nesten perfekt samsvar med sentrumskvadratet, ligger de to uttakene så nær hverandre at begge må detaljberegnes som vist i kapittel 2.5.

### 3.2 Optimering av hon



Figur 24.

Med senteruttaket beregnet, gjenstår det å finne det optimale skuruttaket for de fire honene som blir igjen. Legg merke til at de er av to typer. Kantsagens honer strekker seg helt ut til stokkens overflate, mens delingssagens honer er kantet inn til den samme bredden som sentrumsplankene.



For å optimere honen, må vi først velge hvilken tykkelse vi skal skjære av fra honens indre flate. Deretter beregnes det tilhørende bordets bredde ved å prøve gjennom alle bredder og bruke formelverket som ble utviklet tidligere.

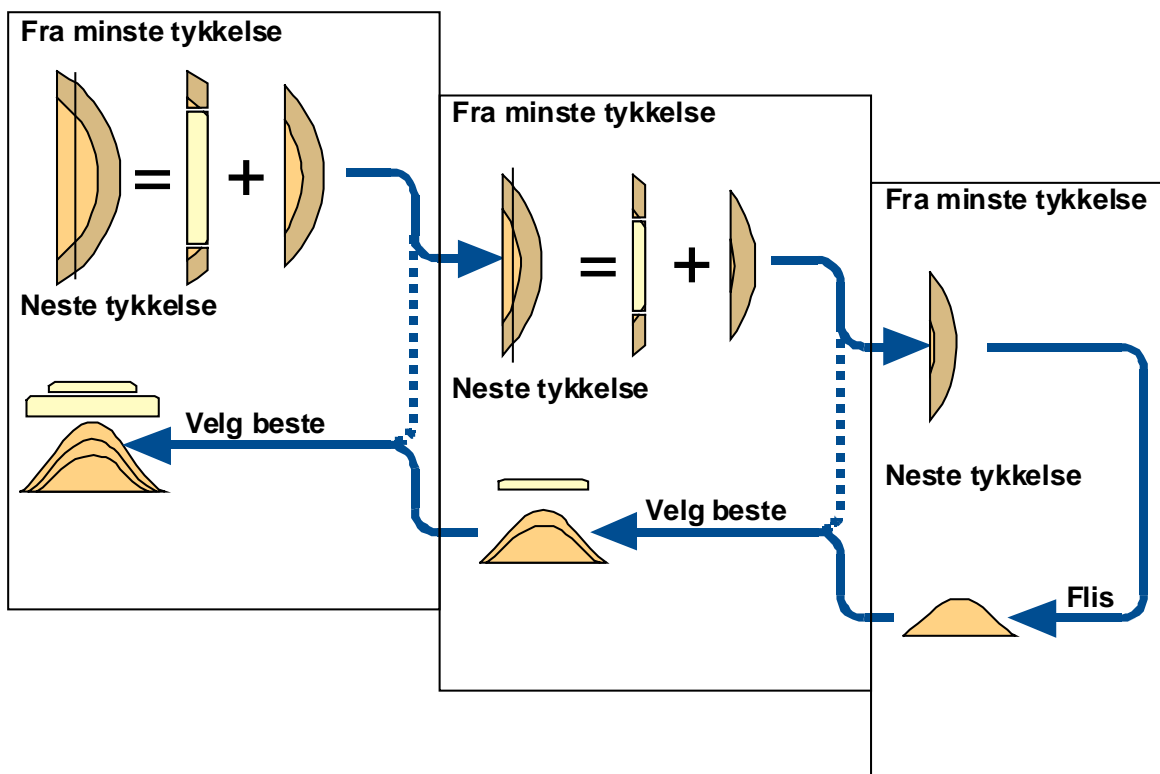
For hver valgte tykkelse, står vi igjen med et bord med kjent verdi og en hon som er mindre enn den opprinnelige. Før vi kan finne det endelige resultatet, må vi legge til side resultatet til nå for å optimere den resterende honen på den samme måten: Fortsett å ta av et indre bord inntil resthonen er så liten at det ikke er plass til flere bord. Restvolumet er flis.

Figur 25.

Vi har nå funnet en mulig løsning, men må fortsette med beregningene inntil vi har kartlagt resultatet for alle bordtykkelser i alle bordposisjoner. Resultatet vi søker er løsningen som gir det beste skurutbyttet.

Dette er *rekursiv* problemløsning. Det vil si at vi bruker en prosess som tilsynelatende refererer til seg selv. Hvis problemet (honen) ikke hadde blitt mindre for hver gang, ville vi hatt å gjøre med en uendelig selvreferanse, men siden honen faktisk må bli mindre, og siden den har endelig størrelse, så er vi nødt til å komme til en løsning.

Figur 26 viser et flytdiagram over honoptimering som legger av et ferdig beregnet sidebord i to ledd før svaret er kjent.



Figur 26. Optimering av sidebord som en rekursiv prosess.

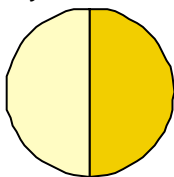


Det sier seg selv at å optimere hver eneste hon på denne måten er en regneintensiv jobb. Dette er uproblematisk siden moderne datamaskiner har regnekraft og hukommelse i overflod for formålet. På den annen side er det litt vel arbeidskrevende å løse problemet manuelt på denne måten. Prøving og feiling i Skursim kommer imidlertid nokså nær en optimal løsning uten for mye slit.

### 3.3 Optimering av normale postningsmønstre

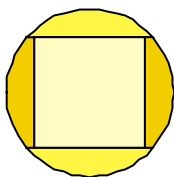
Den rekursive løsningsmetoden er interessant fordi den kan brukes på alle honer uansett størrelse.

#### Gjennomskur



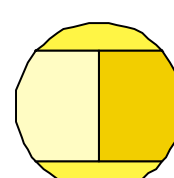
Det er ingen prinsipiell forskjell på en hon og en halv stokk. Eller om vi tenker en gang til består en hel stokk prinsipielt av to honer som er delt med ett snitt i kjent posisjon. På denne måten kan vi optimere gjennomskur ved å velge posisjonen for første snitt og deretter løse de to honene for seg. Løsningsmetoden blir den samme som for en hon, og rutinen vil plukke den sekvens av tykkelser og bredder som gir de optimale postningene for stokken.

#### Firskur med maksimalisert senter



Optimeringen går ut på å prøve med alle de aktuelle breddene i pristabellen, og deretter prøve gjennom alle tykkelser for å beregne det maksimale sentrumsuttaket. Metodens honverdi brukes i hvert tilfelle til å beregne verdien av de fire honene.

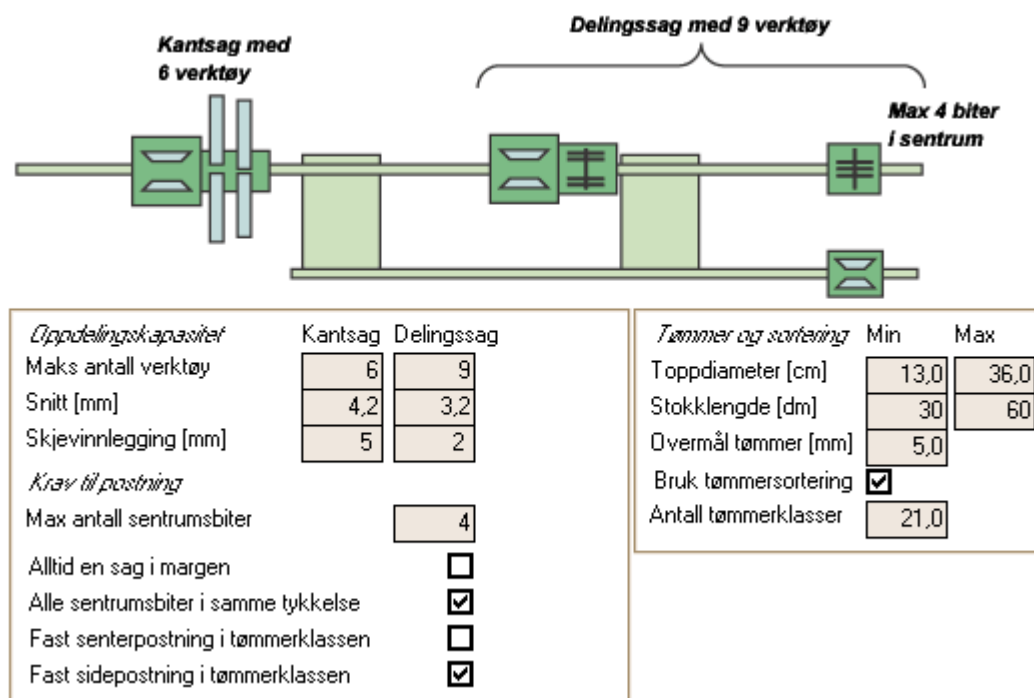
#### Firskur med totaloptimering av senter og side



I dette tilfellet deles stokken opp i fire honer som vist på figuren. Blokken deles i to honer, enten i margin, eller slik at det blir en planke i midten. Ved denne optimeringen tillates sidebordene å beslaglegge plass som normalt ville tilhørt sentrumsuttaket. Spesielt ved optimering av rotstokker av furu, der en er ute etter de kvistfrie bordene på siden, kan dette være en godt egnet løsningsmetode.

### 3.4 Postningsoptimering i Sawyer

Sawyer finner de optimale postningene i en tømmerklasse ved å generere alle postninger som er mulige, for så å velge ut de inntil åtte beste, som presenteres for brukeren som vist i Figur 4. Prosessen styres av inndata i skjemaet Sagteknologi.



Figur 27. Postningsgeneratoren styres av sagteknologien.

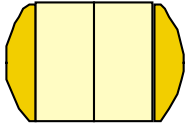

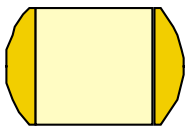

Sawyer betrakter saganlegget som om det består av to maskingrupper: En kantsag med reduserer og en delingssag med reduserer. Antall verktøy, snittykkelse og skjevinnlegging angis for de to. I tillegg angis maksimalt antall sentrumsbiter. I avkryssingsfeltene kan brukeren angi om postningene skal ha margsnitt og om alle sentrumsplanker skal ha samme tykkelse. Fast senterpostning i tømmerklassen har ingen betydning i denne utgaven av Sawyer, men med fast sidepostning blir bredden på sidebordene tilpasset minste stakk. Ellers blir bredden optimert også innen postningen. Panelet "Tømmer og sortering" angir største og minste mål på stakk, og eventuelt antall klasser i tømmer-sorteringen.

Parameteren "Overmål tømmer", er en justeringsparameter som brukes for å tilpasse skurutbyttet til hva sagbruket oppnår i praksis. Verdien settes i forbindelse med kalibrering av programvaren. Skurutbyttet måles ved normal skur, og de samme postningene settes inn i Sawyer. Overmål tømmer varieres deretter inntil teknisk skurutbytte stemmer med praktisk skur.

En siste gruppe informasjonen angir minstelengde og lengdemodul på planker og bord. Plankelengden avrundes til nærmeste modul under den faktiske lengden, og resultatet sammenlignes med minstelengden. Biter under minstelengden beregnes som celluloseflis, med mindre det er krysset av for at regelen for vankantvirke kan brukes. I så fall beregnes lengden på nytt med det angitte kantkravet, og om biten da er lengre enn minstelengden, aksepteres den til redusert pris.

Tabell 9. Aksepterte lengder og vankant.

Krav til trelast	Planker	Bord
Min. planketykkelse [mm]	38	
Min lengde [dm]	30	27
Lengdemodul [cm]	10	10
Vankantvirke	Senter	Side
Når kant er bedre enn [%]	70	67
Prisfaktor [%]	85	80
Bruk for	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Like tykkelser	Ja	Nei
Margsnitt	Beregn antall biter	Generer som hon
Ja	 Begrens antall biter til like tall	 Første snitt er margsnitt
Nei	 Regn antall biter	 Prøv alle tykkelser for margbord

Figur 28. Postningene tilpasses krav.

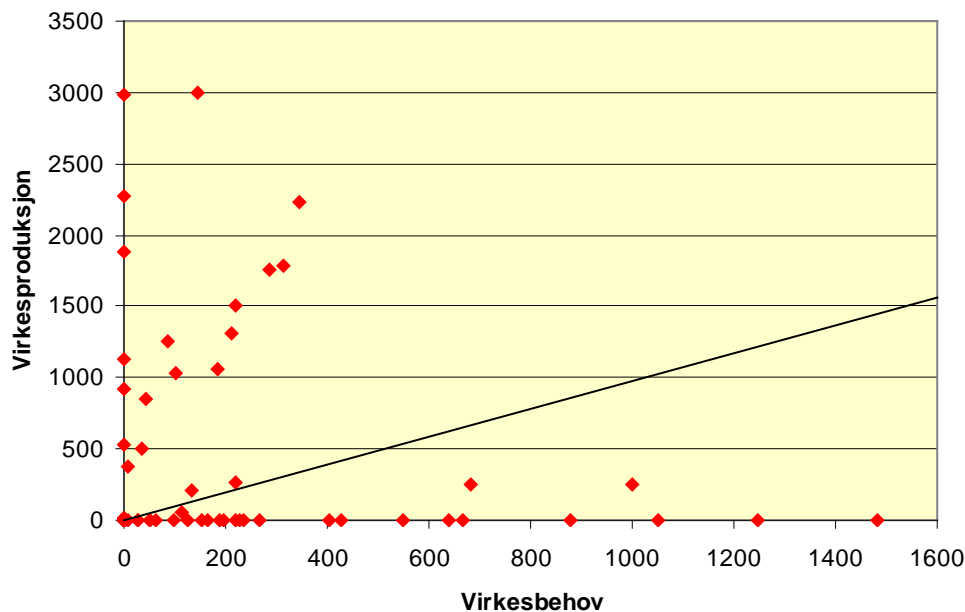
Postningsgenereringen begynner med å søke gjennom alle aktuelle bredder for senteruttaket for å beregne posisjonen av kantsagens indre snitt. Deretter søker Sawyer gjennom alle tykkelser for hver bredde, som vist i Figur 19 til Figur 23.

Når alle planker skal ha samme tykkelse, beregnes den totale blokkbredden slik at antallet kan beregnes direkte. Hvis det kreves margsnitt, begrenses resultatet til partall, og plankene settes inn i postningen.

Når forskjellige tykkelser kan aksepteres, blir blokken innenfor kantsnittene betraktet som to honer som vist i Figur 28. Dersom det ikke kreves margsnitt, må optimeringen gjøres med ingen eller ett bord i sentrum. Dette er den mest regneintensive postningsgenereringen. For hver sentrumsbredde optimeres sidepostningen fra kantsiden, mens sidepostningen på delingssiden må gjøres for alle postninger.

## 4. Markedsoptimering

Etter postningsoptimeringen sitter vi igjen med en liste av nær optimale postninger for hver tømmerklasse, sortert etter synkende økonomisk skurutbytte. Det beste økonomiske utbyttet får vi ved å velge den beste postningen i hver tømmerklasse. Mange tidlige skursimuleringsprogrammer kalte dette det optimale skurprogrammet, men det forutsetter at alt virke er like salgbart. I dagens marked er det åpenbart feil. Tidligere (kapittel 1.1 Oversikt over Sawyer) ble det vist at denne løsningen ikke gir samsvar mellom ønsket produktfordeling fra saga og behovet i salget.

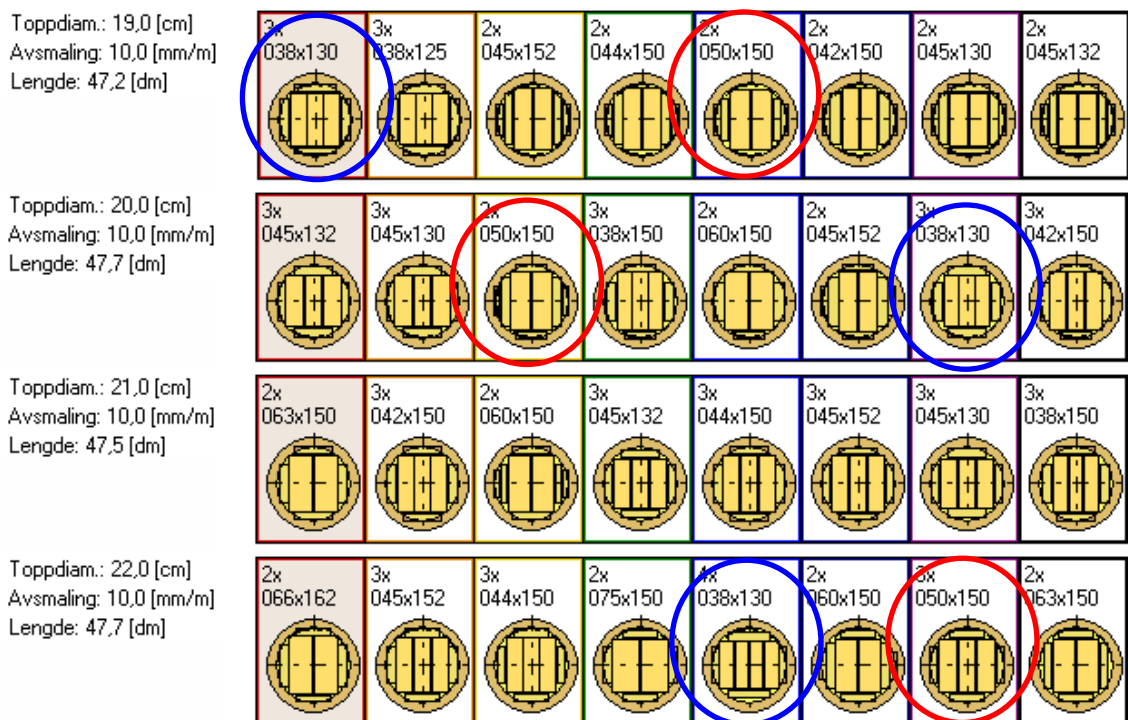


Figur 29. Sammenfall mellom behov og produktfordeling før markedsoptimering.

Figuren over viser situasjonen før markedsoptimering. Punktene viser virkesproduksjonen i forhold til angitt behov for alle produkter. Ved perfekt sammenfall, ville alle punktene ligget på linjen som representerer at behov og produksjon er like. Her kan vi tydelig se at en del produkter overproduseres, mens mange ikke produseres i det hele tatt. Grunnen til dette er at vi til nå ikke har tatt hensyn til markedet, og dermed går Sawyer i gang med å tilordne alt tømmer til de postningene i hver klasse som gir høyest skurutbytte. Når vi så sammenligner produktutfallet med det markedet Sawyer ikke vet noe om, blir selvsagt resultatet at det er liten eller ingen sammenheng mellom de to.

## 4.1 Sawyers markedsoptimering

For å løse dette problemet ble det utviklet en metode for å optimere produktutfallet i forhold til varebehovet. Løsningen baserer seg på det faktum at et produkt kan produseres fra flere tømmerklasser. Sawyer har beregnet inntil åtte nær optimale postninger i hver klasse, som vist i figuren nedenfor. Ved å velge postninger med litt lavere økonomisk utbytte enn den optimale, kan vi oppnå forbedringer i produktutfallet. Om vi konsentrerer oss om senteruttaket, kan vi se at de samme produktene går igjen flere steder.



Figur 30. Sawyer beregner inntil åtte nær optimale postninger i hver tømmerklasse.

Det er med andre ord flere tømmerklasser som tilbyr det samme produktet, og hvor mye som produseres bestemmes av hvor mange stokker i de enkelte klassene som skjæres med de forskjellige postningene. Denne fleksibiliteten ble brukt for å søke en best mulig tilpasning mellom produksjon og behov.

For å styre prosessen ble det beregnet en vektor  $\mathbf{M}$  som består av en indikator  $\mathbf{M}_{ij}$  for tømmerklasse  $i$  og postning  $j$ .

$$M_{ij} = \sum_{i=1}^{\text{Tømmerklasser}} \sum_{j=1}^{\text{Postningsalternativer}} \sum_{k=0}^{\text{Antallsenterbiter}} \text{Produkt}_{ijk} \text{ der Behov}_{ijk} > 0$$

$\mathbf{M}_{ij}$  uttrykker forbedringspotensialet i markedstreff ved å skjære en stokk til av tømmerklasse  $i$  med postning  $j$ .

Optimeringen foregår i en iterasjon som følger:

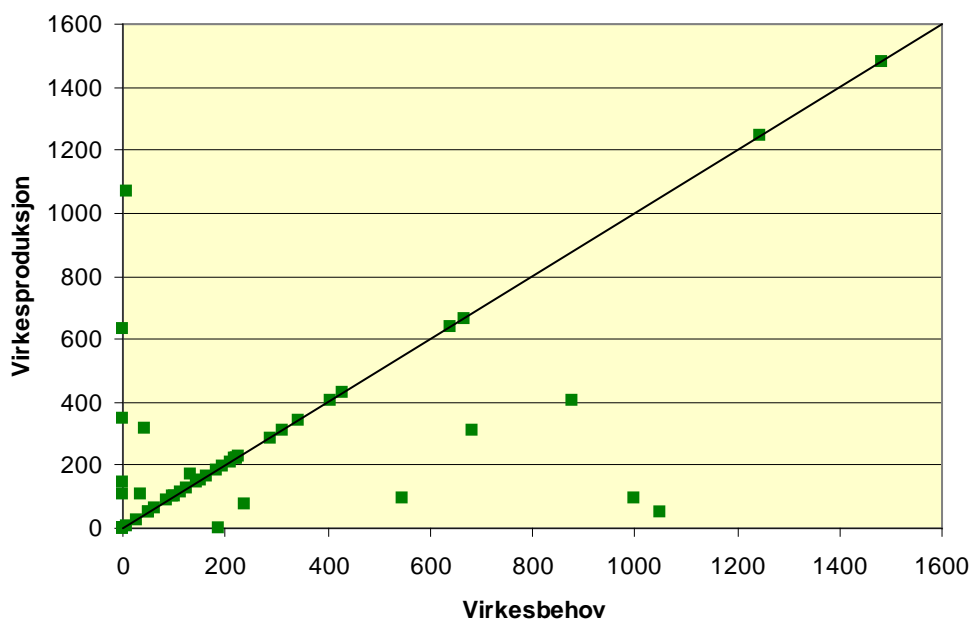
1. Finn den høyeste indikatoren  $M_{ij}$  i vektoren  $M$ . Dette representerer den postning og tømmerklasse som gir størst gevinst i markedstilpasning når den blir tilført tømmer.
2. Antall stokker som tilordnes i klasse  $i$ , postning  $j$ , må beregnes for det minste produktet i postningens senteruttak som trenger minst tømmer for å fylle behovet. Dermed unngås overproduksjon av eventuelle andre produkter.

$$N_{ij} = \frac{\text{Behov}_{\min}}{\text{Produkt}_{\min}}$$

I tillegg må  $N_{ij}$  være mindre eller lik antall ikke-allokerte stokker i tømmerklassen.

3. Tilordne  $N_{ij}$  stokker til postningen, og kalkuler om hele datasettet.
4. Sett  $M_{ij}$  til null for å indikere at denne postningen er ferdig behandlet.

Gjenta punkt 1 til 4 inntil høyeste verdi i  $M$  er null.



Figur 31. Sammenfall mellom behov og produktfordeling etter Sawyers markedsoptimering.

En viktig fordel med denne metoden er at den er enkel å programmere, og at vi kan tilføye andre styringskriterier etter ønske. I sagbruk med fast postede blad, kan det bli nødvendig å kreve et minste antall stokker som kan tilordnes en gitt postning.

Figur 31 viser at sammenhengen mellom produksjon og behov for de enkelte produktene viser langt bedre sammenfall enn før optimeringen. Syv produkter med angitt behov produseres i for liten mengde. Bare ett av disse produktene, 50x225, er representert i sentrumspostningene. Produktene som overproduseres er sidebord.

## 4.2 Optimering med lineærprogrammering

Vårt problem er et såkalt tilordningsproblem, der vi må velge mellom forskjellige produksjonsløsninger (postninger) for begrensede ressurser (tømmer) for å oppnå maksimal lønnsomhet. Sammenhengen mellom lønnsomhet og ressursbruk er et sett av lineære ligninger som følger.

$$\text{Utbytte}_{ij} = \sum_{k=1}^{\text{produkter}} \text{produktutfall}_{ij} (\text{produkt}_k) \times \text{pris}_k \times N_{ij}$$

$$\text{Totalt utbytte fås ved å summere utbyttene: Utbytte} = \sum_{i=1}^{\text{tømmerklasser}} \sum_{j=1}^{\text{postninger}} \text{Utbytte}_{ij}$$

Målfunksjonen vår er å maksimalisere lønnsomheten. Dette uttrykkes som å finne maksimum til utbytteligningen.

Prisen og produktutfall per stokk er beregnet av Sawyer. De eneste variablene i utbytteligningen er antall stokker som er tilordnet til de enkelte postninger som uttrykt med vektoren  $N_{ij}$ . Dette representerer beslutningsvariablene i optimeringen vår.

Uten mer informasjon ville vi fort finne ut at utbyttefunksjonen matematisk sett øker jo mer tømmer vi tilfører. For å styre ligningen må vi sette begrensninger på beslutningsvariablene og produktutfallet:

- Antall stokker tilordnet postningene i klassen må være mindre enn det

$$\text{som er tilgjengelig i klassen. } \sum_{j=1}^{\text{postninger}} N_{ij} \leq N_i$$

- Produktmengde må være mindre enn behovet:

$$\sum_{i=1}^{\text{tømmerklasser}} \sum_{j=1}^{\text{postninger}} \sum_{k=1}^{\text{produkter}} \text{produktutfall}_{ij} (\text{produkt}_k) \leq \text{Behov}_k$$

- I tillegg må alle produktutfall og alle  $N_{ij}$  være større enn null.

Den mest utbredte metoden for å løse slike ligningssett er Simplex-algoritmen, som vi ikke skal gå nærmere inn på her. La oss i stedet se på et enkelt eksempel fra Figur 15, der produktene 38x130 og 50x150 konkurrerer om plass i tre tømmerklasser med henholdsvis 19, 20 og 22 cm toppdiameter. Vi setter det opp som en regnearkmodell.

Tabell 10. Markedsoptimering av to dimensjoner fra tre tømmerklasser.

Topp-diameter cm	Postning	Utbytte kr/stokk	Antall stokker	Tømmer tilordning	Skåret tømmer	Verdi x 1000 kr	38x130 Vol/stokk liter	50x150 Vol/stokk liter
19	38x130	125	4800	4417	4800	550	65	63
	50x150	121		383		46		
20	38x130	134	5000	5000	5000	698	65	66
	50x150	140						
22	38x130	166	900	900	900	151	87	91
	50x150	168						
Sum			10700			1445	288	437
Behov							288	666
Begrensninger:		Antall stokker i klassen må være mindre enn tilgjengelig antall stokker. Produsert mengde av hvert produkt skal være mindre enn behovet.						

Tabell 10 viser de tre tømmerklassene med sine to alternative postninger. Fra Sawyers resultater har vi beregnet økonomisk utbytte per stokk, og volumutfallet av de to produktene per stokk. (Kolonnene angitt i liter.)

De ukjente beslutningsvariablene er antall stokker som skal fordeles til hver av de to postningene, merket med gult i tabellen.

Målfunksjonen er merket med grønt, og er økonomisk skurutbytte for skuren basert på beslutningsvariablene. Sagt på en enklere måte: Summen av antall stokker x økonomisk utbytte per stokk, altså det totale økonomiske skurutbyttet for skuren. Målet er å maksimere det økonomiske utbyttet og samtidig holde kontroll med at produktutfallet styres mot det angitte behovet.

I tillegg må målfunksjonen tilfredsstillende visse begrensninger, som i vårt tilfelle er at summen av antall stokker som tildeles i hver tømmerklasse, ikke kan overstige totalt antall stokker i klassen, og at produsert mengde for hvert produkt, må være mindre enn eller likt produktbehovet. (Blåmerket i tabellen.)

Problemet ble løst ved hjelp av Problemløseren i Microsoft Excel, som valgte å fylle opp behovet for 38x130 fra tømmerklasse 19 cm og produsere 50x150 av resten. Det virker rimelig, siden 38x130 her gir høyere utbytte enn 50x150 i klasse 19 cm, mens det er motsatt i de øvrige to klassene. Problemløseren bruker den operasjonsanalytiske Simplex-metoden til å løse slike oppgaver.

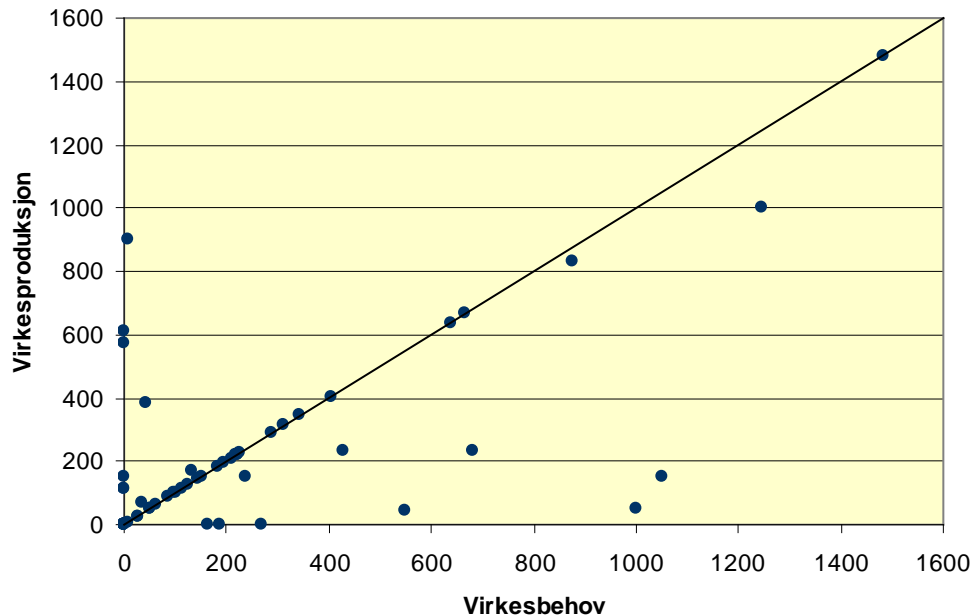
### 4.3 Sammenligning av optimeringsmetoder

For å teste ut hvor effektiv Sawyers markedsoptimering er, ble det samme problemet løst både i Sawyer og i Microsoft Excel. Ved hjelp av beregningsdata fra Sawyer, ble alle relevante data eksportert til Excel, og et regneark analogt til Tabell 10 satt opp for å beregne produktutfall og målfunksjon.



Problemløseren ble så brukt til å finne den optimale fordelingen for alle tømmerklasser og postninger begrenset av totalt tømmerforbruk og at ingen produkter måtte produseres i større mengde enn det var behov for. Resultatet i form av antall stokker tilordnet hver postning, ble så tastet tilbake inn i Sawyer for å sammenligne resultatene i detalj.

La oss først se på markedstilpasningen som vi har vist den før, som et plott mellom produktutfall og behov.



Figur 32. Markedsoptimering ved hjelp av en L-P modell løst i regneark.

Resultatet ser ved første blick ut til å være nokså likt det vi hadde fra Sawyer (Figur 31). Ti produkter faller under kurven. Av disse tilhørte seks punkter borddimensjoner som ikke var begrenset i regnearkmodellen. Dimensjon 32x150 gav for lite utbytte med begge metoder, men utfallet var størst for regnearkmodellen. 38x225 og 50x225 ble underprodusert, men det skyldes at grove tømmerdimensjoner ofte er mangelvare. I tillegg ble dimensjonen 35x150 underprodusert.

Det er vanskelig fra figuren å si at den ene metoden er bedre enn den andre. Dette var uventet, i og med at Simplex-metoden er anerkjent for denne typen oppgaver.

Tabell 11. Sammenligning av markedsoptimeringer.

Nøkkeltall	Ingen	Tilpasning type:		
		Sawyer m <sup>3</sup>	Simplex m <sup>3</sup>	
Tømmerforbruk	55 925,00	25 515,00	25 515,00	m <sup>3</sup>
Produsert trelastvolum	27 435,00	12 417,00	12 457,01	m <sup>3</sup>
Teknisk skurutbytte	49,06	48,67	48,82	%
Salgsinntekter	39 830,00	15 772,00	15 852,24	x1000 kr
Økonomisk skurutbytte	712,20	618,15	621,29	kr/m <sup>3</sup>
Salgbart volum	5 835,92	8 903,28	8 796,24	m <sup>3</sup>
Markedstreff	21,27	71,70	70,61	%

Tabellen summerer opp nøkkeltall fra sammenligningen. Kolonnen *Ingen* representerer løsningen før markedsoptimering. Den utpreger seg ved at:

- Alt tilgjengelig tømmer er skåret.
- Økonomisk skurutbytte er høyt.
- Markedstreff er så dårlig at resten av tallene blir uinteressante.

Sammenligningen mellom de markedsoptimerte resultatene er mer interessante.

- Begge metodene bruker like mye tømmer.
- Produsert trelastvolum og teknisk skurutbytte er likt.
- Simplex-metoden finer marginalt høyere salgsinntekter (0,6 %).
- Sawyers metode hadde marginalt bedre markedstreff.

Når det gjelder markedstreff, var det nødvendig å se bort fra produktutfall for bord ved bruk av Simplex-metoden. I og med at de faller ut i mange postninger, blir de styrende for senteruttaket i alle postningene der de forekommer. Vi satte behovet for bord høyt for å omgå dette problemet.

Utprøvingen av Sawyers optimeringsmetode mot den anerkjente Simplex-metoden, viser små forskjeller i resultatene. Simplex-metoden er ikke uventet bedre til å finne økonomisk optimal løsning, mens Sawyers metode gir noe bedre produktmiks.

Simplex-metoden er kjent for ikke å finne gangbare løsninger når problemet er overspesifisert, og det viste seg også i denne analysen. Når det ble satt produktbegrensninger for typiske sidebordsdimensjoner, oppstod det problemer med å få modellen til å gi troverdige resultater. Dette er et kjent problem med metoden, som kan være vanskelig å bruke for folk som mangler ekspertise på slike modeller.

Sawyers metode gav overbevisende resultater, og vil bli benyttet og videreutviklet. Den virker robust mot å gå i vranglås ved feil angivelse av data, selv om feil data inn, selvsagt gir feil data ut.

## 5. Økonomisk modellering

Hensikten med alle saganlegg er lønnsomhet. En matematisk modell av sagbruk må derfor kunne beskrive konsekvenser av beslutninger i økonomiske termer som kan relateres til lønnsomhet. Dette er hensikten med Sawyers økonomimodell.

### 5.1 Kostnadsbærer

Det er ikke uvanlig i sagbruk at alle kostnader knyttes til tømmer- eller trelastvolum. Dette gir imidlertid kalkyler der viktig styringsinformasjon blir borte i grove gjennomsnittsbetraktninger. Sawyer unngår noe av dette problemet ved å velge mer relevante kostnadsfunksjoner tilpasset de enkelte prosessene.

Tabell 12. Kostnadsbærere for forskjellige prosesser.

Prosess	Kostnadsbærer	Enhet
Tømmertomt og tømmer-sortering	Stokk	stk
Sag	Stokklengde + luke	m
Råsortering	Planke/bord	stk
Tørking	Pakkedøgn	døgn
Råsortering	Planke/bord	stk

Årskostnadene summeres og divideres på årskapasitet for hver prosess, slik at vi får en enhetspris for hver avdeling.

Fra kapasitetsberegningene som beskrives under, avledes hvor mange enheter av en prosess et produkt beslaglegger, og fra dette kan vi fordele kostnadene til primærenheten, som er tømmerstokk for tømmer-tomt og sag, mens den er trelast for de øvrige prosessene. Disse resultatene vises under flikene for "Tømmer og sag", "Tørking" og "Rå- og tørrsortering" i skjemaet Økonomi.

### 5.2 Kapasitet for sag og sorteringsanlegg

For saglinjen inngår følgende parametere i beregningen for tidsforbruk per stokk.

L = stokklengde (m)

S = stokkluke (m)

M = matehastighet (m/min)

O = oppetid (%)

$$T = \text{tidsforbruk} = \frac{100(L+S)}{60MO}$$

Tabell 13. Kapasitetsberegninger, grunnlag.

Sagfjering Kapasitet	Min	Maks	Antall trinn
Matehastighet [m/min]	20,0	80,0	5
Stokkluke [m]	1,5		
Oppetid [%]	90		
Årlig tømmer volum [m <sup>3</sup> ]	300000		
Snitt stokkvolum [dm <sup>3</sup> ]	200		

Sortering	Rå-	Tørr-
Årlig driftstid (t)	3300	
Medbringere /min	75	60
Oppetid [%]	90	75
Kapp [%]	2,0	4,0

T har enhet s/stokk. Årlig tømmer volum og gjennomsnitt stokkvolum brukes for å regne om fra årlige kostnader til kostnader per tidsenhet.

Tidsforbruk ved sortering regnes som likt for alle virkesbiter:

M = medbringere/min

O = oppetid

$$T = \text{tidsforbruk} = \frac{6000}{MO} \text{ (sek/bit)}$$

Årlig driftstid brukes igjen for å skalere årskostnadene ned til kostnad per tidsenhet.

### 5.3 Tørkekapasitet

Det er flere måter å handtere tørkene på. Kravene til modellens nøyaktighet og utsagnskraft om forskjellige forhold, er bestemmende for hvor detaljert det er nødvendig å gå til verks.

Trelasten er dimensjonssortert og legges opp i strølagte pakker med standardisert størrelse, der flørne (lagene) er atskilt av strø med kjent størrelse. Sawyer henter informasjon fra skjemaet Sagteknologi, der pakke dimensjon og strøtykkelse er angitt. I tillegg angis antall tørkedøgn per år, og hvor mange pakker trelast det er plass til i alle tørkene som står til rådighet. Produktet av disse to er et uttrykk for sagbrukets totale tørkekapasitet målt i pakkedøgn.

Mengde trelast i hver pakke beregnes som følger:

T = Tykkelse

B = Bredde

L = Gjennomsnittslengde

H = Pakkehøyde

W = Pakkebredde

s = Strøtykkelse

Tabell 14. Grunnlag for tørking.

Tørking	
Pakkehøyde	1400
Pakkebredde	1400
Strøtykkelse	25
Sum pakker i alle tørker	330
Tørkedøgn/år	350

$V = \text{Trelastvolum}$

$$N = \text{Antall biter} = \frac{V}{\text{TBL}}$$

$$M_{\text{flo}} = \text{Antall biter pr flo} = \text{int}\left(\frac{W}{B}\right)$$

Enkelte borddimensjoner blir dobbellagt i pakken.

$$M_{\text{pakke}} = \text{Antall flør per pakke} = \text{int}\left(\frac{H+s}{T+s}\right) \text{ for enkellagte pakker og}$$

$$M_{\text{pakke}} = \text{Antall flør per pakke} = \text{int}\left(\frac{H+s}{2T+s}\right) \text{ for dobbellagte pakker.}$$

$$M = \text{Biter per pakke} = M_{\text{flo}} \times M_{\text{pakke}}$$

Pakkene er atskilt med bolster slik at truckens gafler får plass, men dette blir tatt hensyn til når kapasiteten på tørkekammeret blir angitt.

Tabell 15. Beregning av tørkekostnader i Sawyer.

Dimensjon TxB [mm]	Dobbellagt J = Ja	Tørketid timer	Antall pakker	Antall pakkedøgn	Kostnad kr/m <sup>2</sup>	Kostnad x 1000 kr
016x075	J	75	180,0	562,5	5,0	3,0
016x100	J	75	153,0	478,1	4,7	2,5
019x100	J	80	107,0	356,7	4,6	1,9
019x125	J	80	11,0	36,7	3,7	0,2
019x150	J	80	56,0	186,7	3,8	1,0
022x075	J	90	336,0	1 260,0	5,6	6,7
022x100	J	90				
022x115	J	90	42,0	157,5	4,7	0,8
022x125	J	90	17,0	63,8	3,7	0,3
024x100	J	98				
025x075	J	100	97,0	404,2	4,4	2,1
025x100	J	100				
025x125	J	100				
025x150	J	100	62,0	258,3	4,4	1,4
029x095		75	41,0	128,1	4,1	0,7
029x110		75	362,0	1 131,3	4,8	6,0
032x095		75	206,0	643,8	3,9	3,4
032x100		75				
032x110		75	169,0	528,1	4,4	2,8

Fra dette får vi at det er N/M pakker av produktet, og ved å multiplisere med antall tørkedøgn for produktet, får vi antall pakkedøgn produktet beslaglegger av tørkekapasiteten. Pakkedøgn er kostnadsbærer for prosessen, slik at kostnaden fås ved å multiplisere med kostnaden per pakkedøgn.

## 5.4 Kostnader

Informasjonen legges inn i Sagteknologi i Sawyer. Lønnskostnad i kr/time multipliseres med sosiale påslag og eventuelt skifttillegg i %. Dette gir lønnskostnadene for dagtid og skift. Årsverket beregnes fra antall uketimer på dagtid, eller skift og antall arbeids- uker per år. Årlig driftstid angis for å beregne antall skifttimer årlig.

I skjemaet Trelast, angis bi- produktverprisene samt standardkostnad for tømmer. Hvis tømmeret ikke er priset ved innlesing, gis det en standardpris som er angitt her. Ellers brukes oppgitt pris. I begge tilfeller legges de øvrige postene til tømmerprisen.

Tabell 16. Lønnskostnader og årsverk, tømmer og biprodukter.

Årsverk		Lønnskostnader	
Uketimer dagtid	37,5	Grunnlønn	100,0
Uketimer skift	36,5	Sosiale påslag	40
Uker pr år	45	Skifttillegg	40
Årsverk dagtid	1688	Lønn dagtid	140,0
Årsverk skift	1643	Lønn skift	196,0
Årlig driftstid [t]	3300		

Tømmer	kr/m <sup>3</sup>	Biprodukt verdi	kr/m <sup>3</sup>
Standardpris tømmer	450,0	Celluloseflis	230
Måleavgift	5,0	Sagflis	180
Transport	50,0		
Provisjoner	5,0		

Tabell 17. Kalkylegrunnlag i Sawyer.

Kostnadselementer	Bemannning		Fordeling av kostnader i %						Sum kost x 1000 kr
	Dagtid	Skift	Tøm.tomt	Sag	Råsort.	Tørke	Tørssort.	Sum %	
Hjullaster/tømmertomt	1,0	1,0	100					100	558
Sagoperatører	2,0	2,0		100				100	1 116
Råsortering	2,0	2,0			100			100	1 116
Truck og mellomlager	1,0	1,0			30	50	20	100	558
Tørking	1,0					100		100	236
Tørssortering	4,0						100	100	945
Vedlikehold	1,0	1,0	10	40	20	10	20	100	558
Verktøy	1,0	1,0		50	10		10	70	391
Variable kostnader [x 1000 kr]									
Lønnskostnader	13	8	614	1 619	1 451	571	1 224		5 479
Ledelse og admin.	-	-	330		75	30	75		510
Energi	-	-	150	250	100		100		600
Smøreoljer	-	-	5	10	2		2		19
Deler og rekvisita	-	-	20	50	50	10	50		180
	-	-							
	-	-							
Sum variable kostnader	-	-	1 119	1 929	1 678	611	1 451		6 788

Tabell 17 finnes i skjemaet Økonomi under fliken Kalkylegrunnlag. Kalkylegrunnlaget har en kolonne for hver av prosessene i saga. Prosessene er:

- Tømmertomt med eventuell tømmer-sortering
- Sag
- Råsortering
- Tørke
- Tørresortering

Lønnskostnader legges inn for hver stilling eller funksjon i bedriften. Brukeren setter selv navn på disse. To kolonner inneholder bemanning på dagtid og skift målt i årsverk. Prosesskolonnene inneholder prosenttall for hvordan bemanningen fordeles til prosesser. Sumkolonnene viser sum fordeling av kostnader (normalt 100) og totale kostnader.

Kolonnene for hver prosess summeres til lønnskostnader under variable kostnader. Øvrige variable kostnader føres og fordeles til avdelingene direkte. Disse kostnadene hentes fra regnskap/budsjett og refererer seg til alle årlige driftskostnader. Brukeren velger selv hvilke kostnader som skal tas med.

Fra denne tabellen beregner Sawyer en intern prislister som brukes for å fordele kostnadene i de videre beregningene.

## 5.5 Fordeling av kostnader

Et kostnadselement beregnes som forbruk per ressurs x ressurskostnad. Kostnadene for tømmer-tomt, tømmer-sortering og sag beregnes og legges til tømmerkostnaden, mens kostnadene fra råsortering, tørking og tørresortering legges til trelasten.

Det er en noe større utfordring å fordele de samlede tømmerkostnadene og biproduktinntektene til hvert trelastprodukt på den ene siden, og å fordele trelastkostnader og inntekter til tømmer på den andre. Sawyer ser bort fra sagflisandelen fra kapp, slik at vi ikke trenger å fordele salgsinntektene for sagflisa til tømmer.

Siden Sawyer ikke modellerer kvalitetsvariasjoner innad i tømmeret, kan vi bruke et relativt enkelt fordelingsprinsipp, der vi antar at tømmerkostnaden for en planke er den samme, uavhengig av hvor den skjæres ut fra stokken. Sawyer bruker en ren volumetrisk fordeling, men vi kunne også ha fordelt tømmeret med hensyn på produktets verdi.

Problemet er todimensjonalt, som vist i Tabell 18. Hvert produkt har en kolonne, og hver postning i hver tømmerklasse er representert av en rad i tabellen. Hver celle inneholder mengden trelast som er produsert fra den enkelte postning for hver produkt-dimensjon.

Tabell 18. Fordelingsnøkkel for kostnader.

Tø. kl.	Trelastprodukt							
Post	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
T1 p1	Produktutfall for produkt nummer I i tømmerstokk (klasse) nummer J							
T1 p2								
T2 p1								
T2 p2								
T2 p3								
T3 p1								
T4 p1								
T4 p2								

Produksjonskostnadene for et produkt består av kostnadene for sortering og tørking som er direkte fordelt til produktet, pluss den andel av kostnader for tømmer, tømmerhandtering og saging som er påløpt i alle de kombinasjoner av tømmerklasser og postninger som har laget produktet.

Tilsvarende kan vi regne kostnader og inntekter for tømmerklassene ved å fordele i motsatt retning.

Avhengig av om vi fyller matrisen med volumandel, verdiandel eller en annen måleenhet, vil fordelingsnøkkelen få forskjellige egenskaper.

### **Volumetrisk fordeling**

Tømmerkostnaden fordeles etter volumet av produktutfallene. Fordelen er enkelhet, men siden sidebord i utgangspunktet har lavere verdi enn sentrumsvirke, vil sidebordene på denne måten tillegges en større råstoffkostnad enn de burde ha.

### **Verdimessig fordeling**

Tømmerkostnadene fordeles etter verdien av produktene. Dermed unngås noe av problemet med volumetrisk fordeling, men så lenge vi arbeider med gjennomsnittsverdier, gir det ikke ekstra styringsinformasjon.

### **Kvalitetsvariasjon i stokken**

Det er først når beregningen tar hensyn til hvordan kvaliteten på virket varierer internt i stokken, at alternative fordelingsprinsipper tilfører styringsinformasjon til modellen. Det vil si at en planke i så fall får forskjellig verdi avhengig av sin posisjon i postningen og avhengig av om stokken er rotstokk eller mellomstokk.

Sawyer bruker en ren volumetrisk fordeling av kostnadene, med de fordelene det gir i enkelhet. Konsekvensen er imidlertid at brukeren må vite at lavt prisede produkter dermed får et noe lavere dekningsbidrag enn de burde hatt, men det er en relativt enkel vurdering.